

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Известия
Юго-Западного
государственного
университета
Серия: Техника и технологии

Научный журнал

Том 9 № 3 / 2019

Proceedings

of the Southwest
State University
Series: Engineering
and Technologies

Scientific Journal

Vol. 9 № 3 / 2019

Оригинальная статья / Original article

УДК 537.311.322

**Моделирование электрических полей в неоднородных
полупроводниках и композитных структурах
при зондовых измерениях**

В. В. Филиппов^{1,2} ✉, С. Е. Лузянин¹, В. М. Емельянов²

¹ ФГБОУ ВО «Липецкий государственный педагогический университет им. П. П. Семенова-Тян-Шанского»
ул. Ленина, 42, Липецк, 398020, Российская Федерация

² ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет»
ул. 50 лет Октября, 94, Курск, 305040, Российская Федерация

✉ e-mail: wwfilippow@mail.ru

Резюме

Цель исследования. Перспективными материалами микро- и нанoeлектроники являются эпитаксиальные, диффузионные и ионно-легированные полупроводниковые структуры, а также композиционные структуры с рассогласованностью решеток пленки и подложки. Указанные материалы электронной техники находят применение при создании транзисторных структур, датчиков излучений, элементов памяти. Активное применение неоднородных полупроводников требует качественного описания распределений электрических полей при их практической реализации в реальных схемах подключений, а также разработки и совершенствования методов измерений параметров данных материалов. Задачей данной работы является анализ влияния неоднородностей распределения примесей в анизотропных полупроводниках на структуру электрических полей при контактных методах измерений.

Методы. Нами рассмотрена аналитическая схема расчета распределения потенциала в анизотропных и неоднородных проводящих материалах. Подробно приведен способ теоретического решения электродинамической краевой задачи с неоднородными условиями на границе - смешанная задача Дирихле и Неймана.

Результаты. Для потенциала электрического поля в области неоднородного полупроводника получены выражения в виде рядов аналитических функций. С помощью системы MathCad выполнено численное моделирование электрических полей в полупроводниковых образцах прямоугольной геометрии. На основе проведенного компьютерного моделирования показана необходимость учета параметров неоднородности тестируемой структуры и тензорного характера проводимости при зондовых измерениях удельного сопротивления полупроводниковых материалов.

Заключение. Построенные модели позволяют определять и качественно описывать распределения электрических полей при зондовых измерениях и исследовать их структуру при наличии анизотропии и неоднородности. Результаты работы могут быть использованы для анализа экспериментальных данных зондовых измерительных установок и АСМ при исследованиях современных структур твердотельной электроники.

Ключевые слова: неоднородный полупроводник; анизотропия; электропроводность; электрический потенциал.

© Филиппов В. В., Лузянин С. Е., Емельянов В. М., 2019

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Для цитирования: Филиппов В. В., Лузянин С. Е., Емельянов В. М. Моделирование электрических полей в неоднородных полупроводниках и композитных структурах при зондовых измерениях // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2019. Т. 9, № 3. С. 64–78.

Статья поступила в редакцию 30.05.2019

Статья подписана в печать 08.07.2019

Статья опубликована 23.09.2019

Modeling of Electric Fields in Inhomogeneous Semiconductors and Composite Structures with Probe Measurements

V. V. Filippov^{1,2} ✉, S. E. Luzyanin¹, V. M. Emelyanov²

¹ Lipetsk State Pedagogical University named after P. P. Semenov-Tyan-Shansky
42 str. Lenina, Lipetsk 398020, Russian Federation

² Southwest State University
50 Let Oktyabrya str. 94, Kursk 305040, Russian Federation

✉ e-mail: wwfilippow@mail.ru

Abstract

Purpose of research. Promising materials for micro- and nanoelectronics are epitaxial, diffusion, and ion-doped semiconductor structures, as well as composite structures with a mismatch between the lattices of the film and the substrate. These electronic equipment materials are used to create transistor structures, radiation sensors, memory elements. The active use of heterogeneous semiconductors requires a qualitative description of the distributions of electric fields in their practical implementation in real wiring diagrams, as well as the development and improvement of methods for measuring the parameters of these materials. The objective of this work is to analyze the effect of inhomogeneities in the distribution of impurities in anisotropic semiconductors on the structure of electric fields with contact measurement methods.

Methods. We considered an analytical scheme for calculating the distribution of potential in anisotropic and inhomogeneous conductive materials. The method of theoretical solution of the electrodynamic boundary-value problem with inhomogeneous conditions at the boundary is a mixed Dirichlet and Neumann problem.

Results. For the potential of the electric field in the region of an inhomogeneous semiconductor, expressions are obtained in the form of series of analytical functions. Using the MathCad system, numerical simulation of electric fields in rectangular semiconductor samples was performed. Based on the computer simulation, the importance of taking into account the inhomogeneity parameters of the tested structure and the tensor conductivity in probe measurements of the resistivity of semiconductor materials is shown.

Conclusion. The constructed models make it possible to determine and qualitatively describe the distribution of electric fields during probe measurements and to study their structure in the presence of anisotropy and inhomogeneity. The results of the work can be used to analyze the experimental data of probe measuring systems and AFM in studies of modern solid state electronics structures.

Keywords: heterogeneous semiconductor; anisotropy; electrical conductivity; electric potential.

Conflict of interest. The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

For citation: Filippov V. V., Luzyanin S. E., Emelyanov V. M. Modeling of Electric Fields in Inhomogeneous Semiconductors and Composite Structures with Probe Measurements. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii = Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologies*. 2019, 9(3): 64–78 (In Russ.).

Received 30.05.2019

Accepted 08.07.2019

Published 23.09.2019

1. Введение

Современная микро- и нанoeлектроника широко используют многослойные и неоднородно легированные полупроводниковые структуры [1-3]. При исследовании и практическом применении данных материалов важную роль представляют распределения электрических полей при различных способах создания электрических контактов на поверхности пленок [4,5].

Анализ электрических полей в анизотропных полупроводниках позволяет создавать теоретически обоснованные методы исследований электрофизических параметров [5], а также давать адекватную трактовку данным атомно-силовой зондовой микроскопии в ряде методик [6,7]. В частности, неоднородность распределения электрических полей важно учитывать при анализе данных измерений по методу сопротивления растекания, как для объемного полупроводника, так и для тонких пленок.

Целью данной работы является получение общих решений для распределений потенциалов, а также их последующий анализ в анизотропных и неоднородных полупроводниках при стан-

дартных методах контактных измерений электропроводимости и закономерностей распределений примесей.

2. Материалы и методы

2.1. Теоретический анализ уравнений, описывающих распределение потенциала в неоднородных полупроводниках

Рассмотрим случай ориентированного полупроводника и неоднородность примесей только по одному направлению (Oz). Обозначим размеры полупроводника по осям x , y , z соответственно a , b , d (рис. 1). Тензор удельной электропроводности при однонаправленном легировании может быть представлен в виде [8,9]:

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z(z) \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Запишем основные уравнения, определяющие распределение электрического поля в исследуемой структуре для стационарных токов [10]:

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma}\mathbf{E} = -\sigma_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} \mathbf{e}_x - \sigma_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} \mathbf{e}_y - \sigma_z \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mathbf{e}_z, \quad (2)$$

$$\text{div } \mathbf{j} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \quad (3)$$

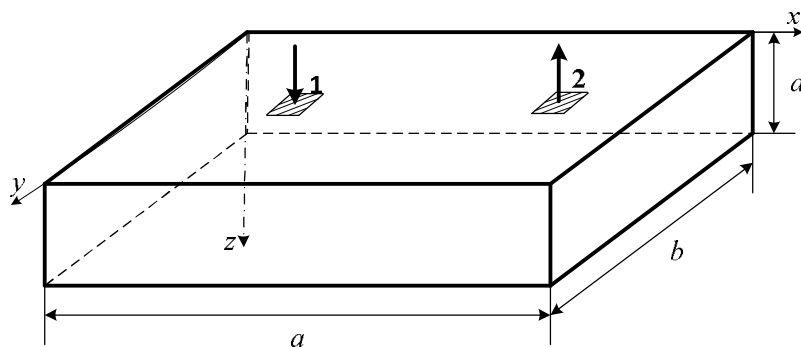


Рис. 1. Полупроводниковый образец с токовыми контактами

Fig. 1. Semiconductor sample with current contacts

Соответственно получаем уравнение для потенциала:

$$\sigma_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \sigma_z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0. \quad (4)$$

По аналогии со способом решения уравнения Лапласа используем метод разделения переменных [11]:

$$\varphi(x, y, z) = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z). \quad (5)$$

Подставив (5) в (4), получим три дифференциальных уравнения второго порядка, которые можно представить в виде:

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \alpha^2 X = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \beta^2 Y = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + \frac{1}{\sigma_z} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \frac{\partial Z}{\partial z} - \eta^2 Z = 0. \quad (8)$$

При этом между параметрами α, β, η , определяемыми граничными условиями, необходимо выполнение следующего отношения:

$$\eta^2 = \frac{\sigma_x}{\sigma_z} \alpha^2 + \frac{\sigma_y}{\sigma_z} \beta^2. \quad (9)$$

Решения уравнений (6), (7) при наличии плоских границ удобно представить в виде:

$$X(x) = A \cos(\alpha x) + B \sin(\alpha x), \quad (10)$$

$$Y(y) = C \cos(\beta y) + D \sin(\beta y). \quad (11)$$

Постоянные A, B, C, D определяются исходя из граничных условий конкретной задачи.

В частности, для непроводящих границ и при отсутствии прилегающих токовых контактов к боковым граням (рис. 1) получаем:

$$\sigma_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{x=0,a} = 0; \quad \sigma_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_{y=0,b} = 0, \quad (12)$$

$$X \cdot Y = \cos(\alpha x) \cos(\beta x), \quad \alpha = \frac{\pi n}{a},$$

$$\beta = \frac{\pi k}{b}, \quad (n, k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots). \quad (13)$$

Таким образом, общее решение для потенциала можно представить в виде суммы частных:

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) &= \\ &= \sum_{n,k=0}^{\infty} Z(z) \cos\left(\frac{\pi n}{a} x\right) \cos\left(\frac{\pi k}{b} x\right). \end{aligned} \quad (14)$$

Конкретный вид функции $Z(z)$ определяется видом неоднородности и физическими (краевыми) условиями на гранях $z=0, d$.

В работах [2, 3, 12] указывается, что важными для практических приложений являются случаи, когда удельная электропроводность σ модифицирована с глубиной в области полупроводника по экспоненциальному или нормальному распределениям. Решение данной задачи для зондовых изме-

рений на постоянных токах рассмотрено в работах [13,14].

2.2. Двухслойные n-n⁺ и p-p⁺ полупроводниковые структуры

В современной технологии полупроводниковых материалов практически значимы виды неоднородностей, реализуемые при производстве структур типа n-n⁺ и p-p⁺ [2, 15]. Экспериментальные примеры изменений удельного сопротивления по глубине в данных материалах представлены на рис. 2 [15].

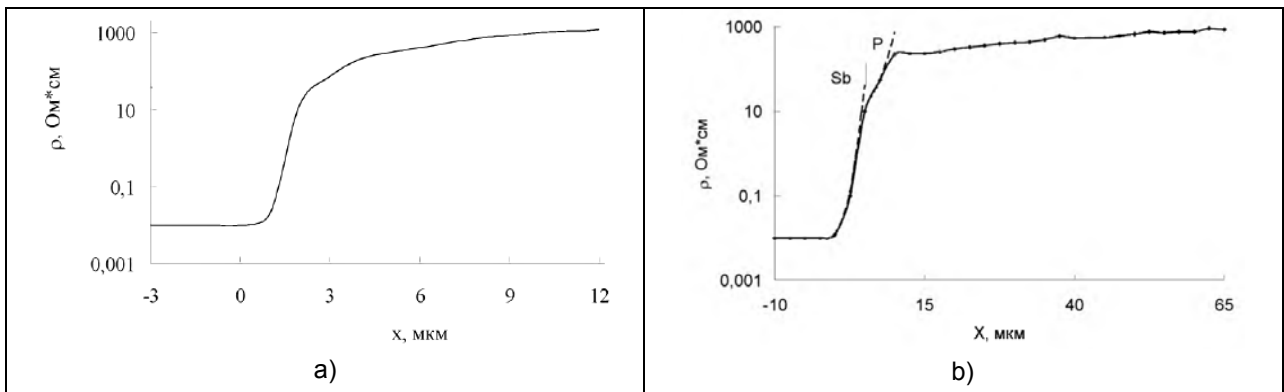


Рис. 2. Профиль удельного электрического сопротивления в неоднородной области n-n⁺ кремниевой композиции: а – эпитаксиальная композиция [15, с. 118], б – диффузионная структура [15, с. 138]

Fig. 2. The profile of electrical resistivity in the heterogeneous region of n-n⁺ silicon composition: а – epitaxial composition [15, p. 118], б – diffusion structure [15, p. 138].

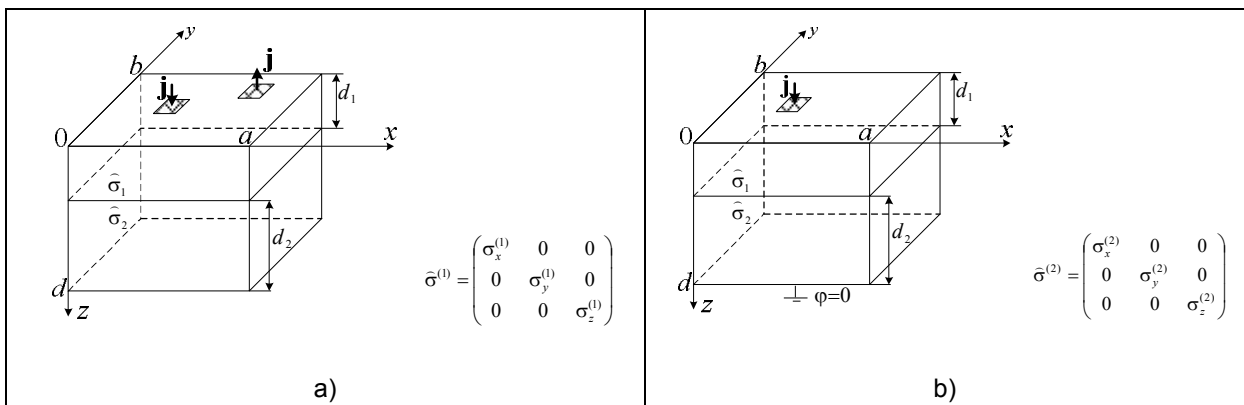


Рис. 3. Схема положения контактов к неоднородной двухслойной структуре: а – два токовых зонда примыкают к верхней плоской грани; б – токовый зонд примыкает к верхней грани, нижняя граница заземлена

Fig. 3. Location of current contacts on a two-layer structure: а – current contacts are located on one face; б – current contacts on the upper side, the lower side is grounded

Найдём аналитическое распределение электрического потенциала в двухслойных анизотропных полупроводниковых структурах в случае примыкания двух токовых контактов к плоской поверхности одной из контактирующих пленок (рис. 3б). Предоставляемая задача имеет применение на практике при анализе методик измерений сопротивления растекания, в том числе с помощью атомно-силовой микроскопии [6, 7]. При практических измерениях форма острия зонда трудно контролируема, поэтому основным параметром здесь является его активная площадь. Для получения решения в виде суммы аналитических функций будем считать контактные площадки малых размеров, имеющие форму квадрата стороной $2c$.

Необходимо указать, что тензорный характер проводимости может

быть вызван рассогласованием решеток и механическими напряжениями для двухслойных структур, которые отдельно, до получения совмещенной структуры, не проявляют анизотропии [16, 17].

В рассматриваемом случае уравнение распределения потенциала в образце описывается выражением:

$$\sigma_x^{(i)} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \sigma_y^{(i)} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \sigma_z^{(i)} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \quad i=1,2. \quad (15)$$

Условия на границах следуют из правила, что нормальная составляющая плотности электрического тока равна нулю во всех точках на поверхности образца, кроме области под токовыми площадками [10, 11]. С учетом очевидных преобразований, краевые условия для электрического потенциала представимы в виде:

$$\sigma_x^{(1)} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \Big|_{x=0,a} = \sigma_x^{(2)} \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial x} \Big|_{x=0,a} = 0, \quad (16)$$

$$\sigma_y^{(1)} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} \Big|_{y=0,b} = \sigma_y^{(2)} \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial y} \Big|_{y=0,b} = 0, \quad (17)$$

$$\sigma_z^{(1)} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \begin{cases} -\frac{I}{4c^2}, x \in [x_1 - c; x_1 + c] \cap y \in [y_1 - c; y_1 + c]; \\ \frac{I}{4c^2}, x \in [x_2 - c; x_2 + c] \cap y \in [y_2 - c; y_2 + c]; \\ 0, \text{ в остальной области;} \end{cases} \quad \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial z} \Big|_{z=d} = 0, \quad (18)$$

$$\left(\varphi^{(1)} = \varphi^{(2)}, \sigma_z^{(1)} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} = \sigma_z^{(2)} \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial z} \right) \Big|_{z=d_1}. \quad (19)$$

Последние уравнения (19) следуют из требования «сшивания» потенциала в плоскости скачка удельного сопротивления ($z = d_1$). Уравнение (15) с граничными условиями (16) – (19) решается ме-

тодом Фурье разделения переменных, приводимым выше. Итоговые выражения для распределений потенциалов электрических полей в различных частях структуры представимы в следующем виде:

$$\varphi^{(1)}(x, y, z) = \frac{I}{\sigma_z^{(1)}} \frac{d}{ab} \sum_{n,k=0,1,2,\dots} \Theta_{nk} [A_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} z) + B_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} z)] \cos(\alpha_n x) \cos(\beta_k y), \quad (20)$$

$$\varphi^{(2)}(x, y, z) = \frac{I}{\sigma_z^{(2)}} \frac{d}{ab} \sum_{n,k=0,1,2,\dots} \Theta_{nk} [C_{nk} \operatorname{ch}(\xi_{nk} z) + D_{nk} \operatorname{sh}(\xi_{nk} z)] \cos(\alpha_n x) \cos(\beta_k y). \quad (21)$$

В данных выражениях введены обозначения:

$$A_{nk} = f_{nk} (\sigma_z^{(1)} \eta_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{ch}(\xi_{nk} d_2) + \sigma_z^{(2)} \xi_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{sh}(\xi_{nk} d_2)), \quad (22)$$

$$B_{nk} = -f_{nk} (\sigma_z^{(1)} \eta_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{ch}(\xi_{nk} d_2) + \sigma_z^{(2)} \xi_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{sh}(\xi_{nk} d_2)), \quad (23)$$

$$C_{nk} = f_{nk} \sigma_z^{(2)} \eta_{nk} \operatorname{ch}(\xi_{nk} d), \quad (24)$$

$$D_{nk} = -f_{nk} \sigma_z^{(2)} \eta_{nk} \operatorname{sh}(\xi_{nk} d), \quad (25)$$

$$f_{nk} = \frac{1}{\eta_{nk} d} \frac{\cos(\alpha_n x_1) \cos(\beta_k y_1) - \cos(\alpha_n x_2) \cos(\beta_k y_2)}{\sigma_z^{(1)} \eta_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{ch}(\xi_{nk} d_2) + \sigma_z^{(2)} \xi_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{sh}(\xi_{nk} d_2)} \frac{\sin(\alpha_n c)}{\alpha_n c} \frac{\sin(\beta_k c)}{\beta_k c}, \quad (26)$$

$$\Theta_{nk} = \begin{cases} 0, & n = k = 0; \\ 2, & n = 0 \text{ или } k = 0; \\ 4, & n \neq 0, k \neq 0; \end{cases} \quad \alpha_n = \frac{\pi n}{a}, \quad \beta_k = \frac{\pi k}{b}, \quad (27)$$

$$\eta_{nk} = \sqrt{\frac{\sigma_x^{(1)}}{\sigma_z^{(1)}} \alpha_n^2 + \frac{\sigma_y^{(1)}}{\sigma_z^{(1)}} \beta_k^2}, \quad \xi_{nk} = \sqrt{\frac{\sigma_x^{(2)}}{\sigma_z^{(2)}} \alpha_n^2 + \frac{\sigma_y^{(2)}}{\sigma_z^{(2)}} \beta_k^2}. \quad (28)$$

Для более подробного рассмотрения распределения электрического поля в двухслойных полупроводниковых структурах определим распределение потенциала малого токового зонда в случае заземления противоположной границы (рис. 3с). Полученное выражение для потенциала будет иметь практическую значимость для наиболее пра-

вильной интерпретации опытных данных зондовой микроскопии (метод сопротивления растекания АСМ). Будем считать, как и ранее, что малый электрический контакт имеет форму квадрата со стороной $2c$.

В данном случае уравнение для потенциала описывается выражением (15), а граничные условия принимают вид:

$$\left. \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \right|_{x=0,a} = \left. \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial x} \right|_{x=0,a} = 0, \tag{29}$$

$$\left. \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} \right|_{y=0,b} = \left. \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial y} \right|_{y=0,b} = 0, \tag{30}$$

$$\sigma_z^{(1)} \left. \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \right|_{z=0} = \begin{cases} -\frac{I}{4c^2}, x \in [x_1 - c ; x_1 + c] \cap y \in [y_1 - c ; y_1 + c]; \\ 0, \text{ в остальной области;} \end{cases} \varphi^{(2)}|_{z=d} = 0, \tag{31}$$

$$\left(\varphi^{(1)} = \varphi^{(2)}, \sigma_z^{(1)} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} = \sigma_z^{(2)} \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial z} \right) \Big|_{z=d_1}. \tag{32}$$

Дифференциальное уравнение (15) с условиями на границах (29) – (32) решается с применением метода Фурье.

Итоговые выражения для распределений электрического потенциала представимы в виде:

$$\varphi^{(1)}(x, y, z) = \frac{I}{ab} \left(\frac{d_1 - z}{\sigma_z^{(1)}} + \frac{d_2}{\sigma_z^{(2)}} \right) + \frac{I \cdot d}{\sigma_z^{(1)} ab} \sum_{n,k=0}^{\infty} \Theta_{nk} [F_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} z) + M_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} z)] \cos(\alpha_n x) \cos(\beta_k y), \tag{33}$$

$$\varphi^{(2)}(x, y, z) = \frac{I}{ab} \left(\frac{d - z}{\sigma_z^{(2)}} \right) + \frac{I \cdot d}{\sigma_z^{(2)} ab} \sum_{n,k=0}^{\infty} \Theta_{nk} [P_{nk} \operatorname{ch}(\xi_{nk} z) + Q_{nk} \operatorname{sh}(\xi_{nk} z)] \cos(\alpha_n x) \cos(\beta_k y). \tag{34}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$F_{nk} = g_{nk} \left(\sigma_z^{(1)} \eta_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{sh}(\xi_{nk} d_2) + \sigma_z^{(2)} \xi_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{ch}(\xi_{nk} d_2) \right), \tag{35}$$

$$M_{nk} = -g_{nk} \left(\sigma_z^{(1)} \eta_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{sh}(\xi_{nk} d_2) + \sigma_z^{(2)} \xi_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{ch}(\xi_{nk} d_2) \right), \tag{36}$$

$$P_{nk} = g_{nk} \sigma_z^{(2)} \eta_{nk} \operatorname{sh}(\xi_{nk} d), \tag{37}$$

$$Q_{nk} = -g_{nk} \sigma_z^{(2)} \eta_{nk} \operatorname{ch}(\xi_{nk} d), \tag{38}$$

$$g_{nk} = \frac{1}{\eta_{nk} \sigma_z^{(1)} \eta_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{sh}(\xi_{nk} d_2) + \sigma_z^{(2)} \xi_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{ch}(\xi_{nk} d_2)} \frac{\cos(\alpha_n c) \cos(\beta_k c)}{\alpha_n c \beta_k c}. \tag{39}$$

Полученные выражения являются достаточно громоздкими, однако они лишены недостатков численных методов. Для достижения расчетов с погрешностью не более 2% в приведенных выражениях достаточно ограничиться

$k_{\max} = n_{\max} = 100$. При известном распределении потенциала величину плотности тока можно определить согласно (2).

3. Результаты и их обсуждение

Представленные выше выражения в виде рядов аналитических функций для распределений электрических полей позволяют провести расчет и компьютерное моделирование эквипотенциалей и токовых линий в двухслойных полупроводниковых структурах. Построение компьютерных моделей электрического потенциала токовых линий дает возможность более глубоко изучить особенности электрических полей в неоднородных полупроводниковых структурах. На приводимых ниже рисунках представлены эквипотенциальные (пунктир) и токовые линии (сплошные) под контактом в плоскости $y-y_1=0$ при $a = b = 5d$, $c = 0.1d$, число эквипотенциальных и токовых линий равно 20. Рассмотренные ниже случаи соответствуют зондовым измерениям по методу сопротивления растекания (рис. 4а-4м) когда потенциал нижней грани равен нулю (см. рис. 3б, при $y_1 = x_1 = a/2$) и многозондовым методам (рис. 4р-4г) на непроводящей подложке (см. рис. 3а, при $y_1 = y_2 = a/2$, $x_1 = a/4$, $x_2 = 3a/4$).

Приведенные результаты моделирования показывают выполнение условий на гранях полупроводников и качественного согласуются с классическими уравнениями электродинамики.

Как показывают рассчитанные картины полей, в случае однородного по глубине полупроводника весьма существенна анизотропия кристалла, которая

может приводить как к практически однородному полю зонда на нижней грани (рис. 4б), так и к концентрированию носителей тока и неоднородному разогреву (рис. 4с). Более подробно влияние анизотропии на распределение потенциала при токовых измерениях однородных полупроводников рассмотрено в работах [18-20]. Рисунки 4д, 4е показывают влияние слабой неоднородности на растекание тока под зондом. Распределения 4ф, 4г учитывают резкое изменение проводимости по глубине, существенное для диффузионных или эпитаксиальных структур. На рис. 4h приведен пример распределения потенциала для анизотропно неоднородной среды, которая может иметь место для кремниевой пленки, на поверхности которой получен тонкий слой пористого кремния. В этом случае электропроводность в направлении пор возрастает, а вдоль плоскости уменьшается [21, 22]. Приводимая модель на рис. 4m учитывает влияние соотношения толщин для неоднородного полупроводника на структуру электрического поля. Теоретические картины электрических полей двух токовых зондов на рис. 4q, 4r показывают существенную неоднородность распределения плотности электрического тока в слоях с различной удельной проводимостью (на изолирующей подложке) по отношению к изотропному полупроводнику (рис. 4p).

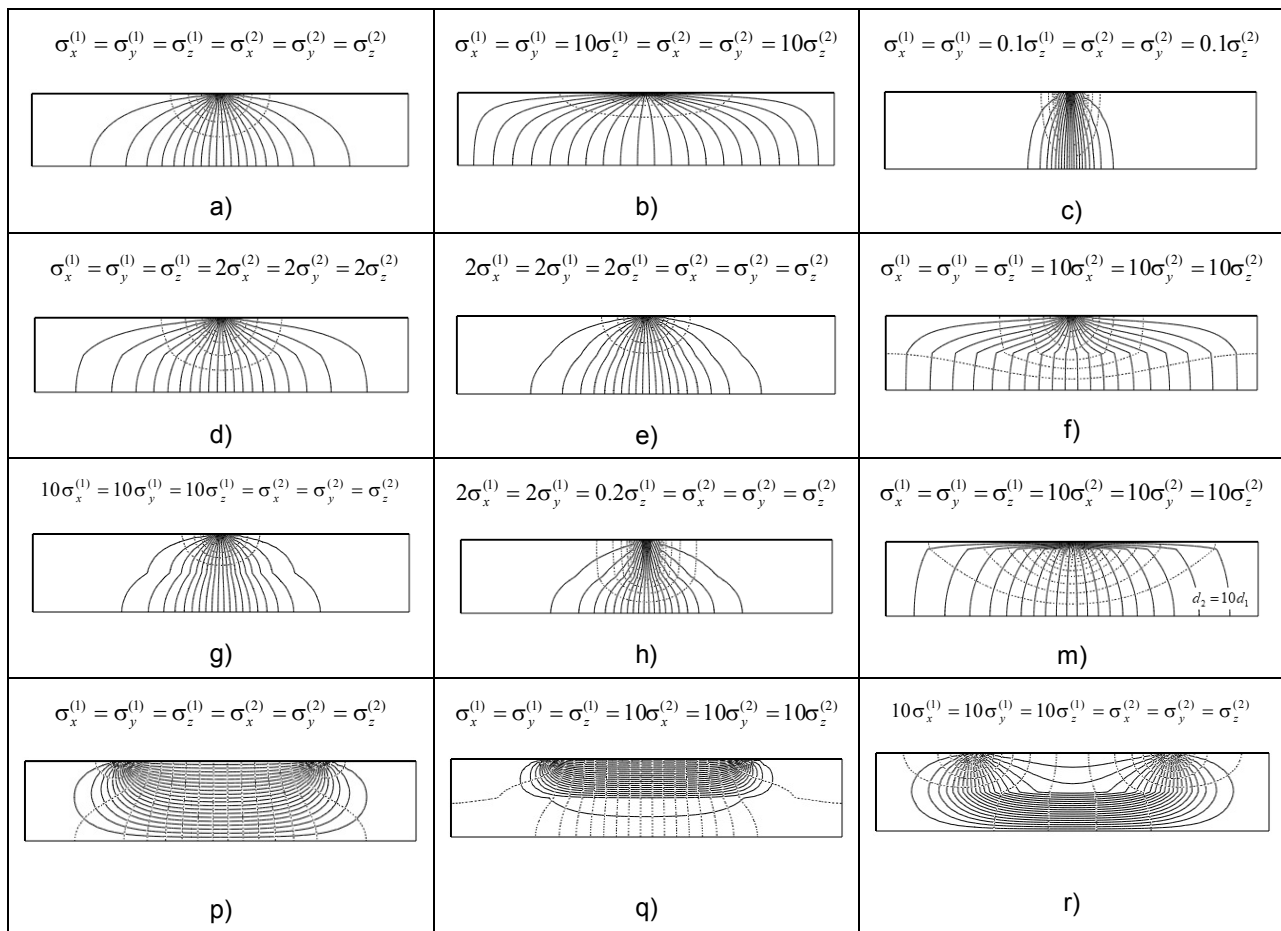


Рис. 4. Распределение эквипотенциалей и токовых линий в неоднородных полупроводниковых структурах

Fig. 4. Distribution of equipotential and current lines in inhomogeneous semiconductor structures.

Выражения (20)-(26) и (33)-(39) позволяют выполнять расчет распределений электрических полей в различных точках образцов, направлениях или плоскостях, определять необходимые напряжения в структурах и приборах на основе n-n⁺ и p-p⁺ композитных полупроводников.

Выводы

Приведенные расчеты и компьютерные модели указывают, что анизотропия проводимости слоев оказывает весьма значимое влияние на распределение потенциала при зондовых мето-

дах изучения свойств неоднородных полупроводниковых структур.

Выражения, приведенные выше, для распределений электрических полей дают возможность теоретически определить сопротивление растекания двухслойной структуры при разнообразных параметрах контактирующих электропроводящих материалов, размерах и положениях токовых зондов. Так, зная потенциал на контактах, можно теоретически рассчитать величину сопротивления образца:

$$R = (\langle \varphi_K^{(2)} \rangle - \langle \varphi_K^{(1)} \rangle) / I, \quad (40)$$

где $\langle \varphi_K^{(1)} \rangle$ и $\langle \varphi_K^{(2)} \rangle$ – значения средних потенциалов первого и второго токовых зондов.

Представленные выражения для потенциалов токовых зондов позволяют предлагать методики определения анизотропии и неоднородности полупроводниковых пленок. Представленные распределения потенциала могут быть полезны при интерпретации данных АСМ (метод сопротивления растекания и многозондовые методы измерения про-

водимости). Необходимо отметить, что представленные распределения потенциала не включают низкоразмерных квантовых эффектов [23, 24], которые проявляются наиболее ярко при достаточно низких температурах ($T < 10$ К). Главными условиями применимости приведенных в работе электродинамических выражений является наличие плоских границ раздела и выделение ориентации полупроводника.

Список литературы

1. Материалы современной электроники и спинтроники / В. А. Стародуб [и др.]. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2018. 422 с.
2. Капустин В. И., Сигов А. С. Материаловедение и технологии электроники. М.: ИНФРА-М, 2014. 427 с.
3. Тилл У., Лаксон Дж. Интегральные схемы: Материалы, приборы, изготовление. М.: Мир, 1985. 501 с.
4. Пасынков В. В., Чиркин Л. К. Полупроводниковые приборы. М.: Лань, 2006. 480 с.
5. Батавин В. В., Концевой Ю. А., Федорович Ю. В. Измерение параметров полупроводниковых материалов и структур. М.: Радио и связь, 1985. 264 с.
6. Voigtlander B. Scanning Probe Microscopy. Atomic Force Microscopy and Scanning Tunneling Microscopy. Springer, Berlin, Heidelberg, 2015. 382 p.
7. Chen C.J. Introduction to Scanning Tunneling Microscopy. Oxford University Press, 2015. 488 p.
8. Баранский П. И., Буда И. С., Даховский И. В. Теория термоэлектрических и термомагнитных явлений в анизотропных полупроводниках. Киев: Наукова думка, 1987. 272 с.
9. Най Дж. Физические свойства кристаллов и их описание при помощи тензоров и матриц. М.: Мир, 1967. 380 с.
10. Аскеров Б. М. Электронные явления переноса в полупроводниках. М.: Наука, 1985. 320 с.

11. Методы расчета электростатических полей / Н. Н. Миролубов [и др.]. М.: Высшая школа, 1963. 415 с.
12. Рабаи Ж. М., Чандракасан А., Николич Б. Цифровые интегральные схемы. Методология проектирования. М.: Вильямс, 2007. 912 с.
13. Филиппов В. В., Лузянин С. Е., Бормонтов Е. Н. Методика определения электропроводности неоднородных по глубине полупроводниковых пленок // Конденсированные среды и межфазные границы. 2012. Т. 14, № 3. С. 340–343.
14. Filippov V. V., Luzyanin S. E. Mathematical modeling of electric potential in semiconductors with heterogeneous dopant profile // *Advanced Studies in Theoretical Physics*. 2014. vol. 8, no. 26. P. 1197–1204.
15. Бахрушин В. Е. Получение и физические свойства слабелегированных слоев многослойных композиций: Запорожье: Университет "ЗИГМУ", 2001. 248 с.
16. Герасименко Н. Н., Пархоменко Ю. Н. Кремний – материал наноэлектроники. М.: Техносфера, 2007. 352 с.
17. Полякова А. Л. Деформация полупроводников и полупроводниковых приборов. М.: Энергия, 1979. 168 с.
18. Filippov V. V., Zavorotniy A. A. Solution of Neumann boundary value problem for electrical field in anisotropic region at Hall measurements // *Advanced Studies in Theoretical Physics*. 2014. Vol. 8, no. 25. P. 1135–1143.
19. Филиппов В. В., Власов А. Н., Бормонтов Е. Н. Моделирование электронных свойств напряженного кремния на германиевой подложке // *Известия вузов. Физика*. 2014. Т. 57, №1. С. 50–56.
20. Филиппов В.В., Власов А.Н. Зондовые измерения распределения потенциала в анизотропных полупроводниковых кристаллах и пленках // *Известия вузов. Электроника*. 2012. № 1. С. 48-53.
21. Трегулов В.В. Пористый кремний: технология, свойства, применение. Рязань: РГУ им. С.А. Есенина, 2011. 124 с.
22. Влияние термического окисления на перенос носителей заряда в наноструктурированном кремнии / Е. А. Агафонова [и др.] // *Физика и техника полупроводников*. 2010, Т.44, № 3. С. 367–371.
23. Heikkila T. *The Physics of Nanoelectronics: Transport and Fluctuation Phenomena at Low Temperatures*. Oxford University, 2013. 296 p.
24. Dragoman M., Dragoman D. *2D Nanoelectronics, NanoScience and Technology*. Springer International Publishing AG, 2017. 199 p.

Reference

1. Starodub V. A. [et al.]. *Materialy sovremennoi elektroniki i spintroniki* [Materials of modern electronics and spintronics]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2018, 422 p. (In Russ.).
2. Kapustin V. I., Sigov A. S. *Materialovedenie i tekhnologii elektroniki* [Materials Science and Electronics Technology]. Moscow, INFRA-M Publ., 2014, 427 p. (In Russ.).
3. Till U., Lakson Dzh. *Integral'nye skhemy: Materialy, pribory, izgotovlenie* [Integrated Circuits: Materials, Instruments, Manufacture]. Moscow, Mir Publ., 1985, 501 p. (In Russ.).
4. Pasyukov V. V., Chirkin L. K. *Poluprovodnikovye pribory* [Semiconductor devices]. Moscow, Lan' Publ., 2006, 480 p. (In Russ.).
5. Batavin V. V., Kontsevoi Yu. A., Fedorovich Yu. V. *Izmerenie parametrov poluprovodnikovykh materialov i struktur* [Measurement of parameters of semiconductor materials and structures]. Moscow, 1985, 264 p. (In Russ.).
6. Voigtlander B. Scanning Probe Microscopy. Atomic Force Microscopy and Scanning Tunneling Microscopy. Springer, Berlin, Heidelberg, 2015, 382 p.
7. Chen C. J. Introduction to Scanning Tunneling Microscopy. Oxford University Press, 2015, 488 p.
8. Baranskii P. I., Buda I. S., Dakhovskii I. V. *Teoriya termoelektricheskikh i termomagnitnykh yavlenii v anizotropnykh poluprovodnikakh* [Theory of thermoelectric and thermomagnetic phenomena in anisotropic semiconductors]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1987, 272 p. (In Russ.).
9. Nai Dzh. *Fizicheskie svoistva kristallov i ikh opisanie pri pomoshchi tenzorov i matrits* [Physical properties of crystals and their description using tensors and matrices]. Moscow, Mir Publ., 1967, 380 p. (In Russ.).
10. Askerov B. M. *Elektronnye yavleniya perenosa v poluprovodnikakh* [Electronic transport phenomena in semiconductors]. Moscow, Nauka Publ., 1985, 320 p. (In Russ.).
11. Mirol'yubov N. N. [et al.]. *Metody rascheta elektrosticheskikh polei* [Methods for calculating electrostatic fields]. Moscow, 1963, 415 p. (In Russ.).
12. Rabai Zh. M., Chandrakasan A., Nikolich B. *Tsifrovye integral'nye skhemy. Metodologiya proektirovaniya* [Digital Integrated Circuits. Design Methodology]. Moscow, Vil'yams Publ., 2007, 912 p. (In Russ.).
13. Filippov V. V., Luzyanin S. E., Bormontov E. N. Metodika opredeleniya elektroprovodnosti neodnorodnykh po glubine poluprovodnikovykh plenok [Method for determining the electrical conductivity of semiconductor films inhomogeneous over depth]. *Kon-*

densirovannye sredy i mezhfaznye granitsy = Condensed matter and interphase boundaries, 2012, vol. 14, no. 3, pp. 340–343 (In Russ.).

14. Filippov V. V., Luzyanin S. E. Mathematical modeling of electric potential in semiconductors with heterogeneous dopant profile. *Advanced Studies in Theoretical Physics*, 2014, vol. 8, no. 26, pp. 1197–1204.

15. Bakhrushin V. E. *Poluchenie i fizicheskie svoystva slabolegirovannykh sloev mnogosloinykh kompozitsii* [Receiving and physical properties of lightly doped layers of multi-layer compositions]. Zaporozh'e, 2001, 248 p. (In Russ.).

16. Gerasimenko N. N., Parkhomenko Yu. N. *Kremnii – material nanoelektroniki* [Silicon is a nanoelectronics material]. Moscow, 2007, 352 p. (In Russ.).

17. Polyakova A. L. *Deformatsiya poluprovodnikov i poluprovodnikovyykh priborov* [Deformation of semiconductors and semiconductor devices]. Moscow, Energiya Publ., 1979, 168 p. (In Russ.).

18. Filippov V. V., Zavorotniy A. A. Solution of Neumann boundary value problem for electrical field in anisotropic region at Hall measurements. *Advanced Studies in Theoretical Physics*, 2014, vol. 8, no. 25, pp. 1135–1143.

19. Filippov V. V., Vlasov A. N., Bormontov E. N. Modelirovanie elektronnykh svoystv napryazhennogo kremniya na germanievoi podlozhke [Modeling of Electronic Properties of Strained Silicon on a Germanium Substrate]. *Izvestiya vuzov. Fizika = Russian Physics Journal*, 2014, vol. 57, no. 1, pp. 50–56 (In Russ.).

20. Filippov V. V., Vlasov A. N. Zondovye izmereniya raspredeleniya potentsiala v anizotropnykh poluprovodnikovyykh kristallakh i plenkakh [Probe measurements of the potential distribution in anisotropic semiconductor crystals and films]. *Izvestiya vuzov. Elektronika = Russian Microelectronics*, 2012, no. 1, pp. 48–53 (In Russ.).

21. Tregulov V. V. *Poristy kremnii: tekhnologiya, svoystva, primenenie* [Porous silicon: technology, properties, application]. Ryazan', 2011, 124 p. (In Russ.).

22. Agafonova E. A. [et al.]. Vliyanie termicheskogo okisleniya na perenos nositelei zaryada v nanostrukturirovannom kremnii [Influence of thermal oxidation on charge carrier transfer in nanostructured silicon]. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov = Physics and technics of semiconductors*. 2010, vol. 44, no. 3, pp. 367–371 (In Russ.).

23. Heikkila T. *The Physics of Nanoelectronics: Transport and Fluctuation Phenomena at Low Temperatures*. Oxford University, 2013, 296 p.

24. Dragoman M., Dragoman D. *2D Nanoelectronics, NanoScience and Technology*. Springer International Publishing AG, 2017, 199 p.

Информация об авторах / Information about the Authors

Филиппов Владимир Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Липецкий государственный педагогический университет имени П.П. Семенова-Тян-Шанского», Липецк, Российская Федерация; научный сотрудник Регионального центра нанотехнологий, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», Курск, Российская Федерация
e-mail: wwfilippow@mail.ru

Vladimir V. Filippov, Doctor of Phisico-Mathematical Sciences, Professor, Lipetsk State Pedagogical University named after P.P. Semenov-Tyan-Shansky, Lipetsk, Russian Federation; Researcher, Regional Center for Nanotechnology, Southwest State University, Kursk, Russian Federation
e-mail: wwfilippow@mail.ru

Лузянин Сергей Евгеньевич, старший преподаватель, ФГБОУ ВО «Липецкий государственный педагогический университет имени П.П. Семенова-Тян-Шанского», Липецк, Российская Федерация
e-mail: luzyanin_se@mail.ru

Sergey E. Luzyanin, Senior Lecturer, Lipetsk State Pedagogical University named after P.P. Semenov-Tyan-Shansky, Lipetsk, Russian Federation
e-mail: luzyanin_se@mail.ru

Емельянов Виктор Михайлович, доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», Курск, Российская Федерация
e-mail: emelianov@nm.ru

Victor M. Emelyanov, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Southwest State University, Kursk, Russian Federation
e-mail: emelianov@nm.ru