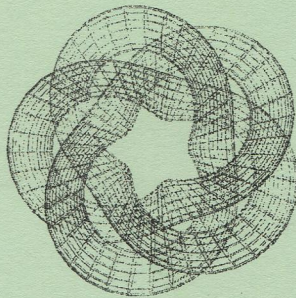


В. А. Калитвин

ЧИСЛЕННЫЕ
МЕТОДЫ
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ C++

Учебное пособие



Липецк – 2019

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
"Липецкий государственный педагогический университет
имени П.П. Семенова-Тян-Шанского"

В. А. Калитвин

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ C++

Учебное пособие

УДК 517
ББК 22.161.6
К 172

Печатается по решению кафедры
математики и физики
ФГБОУ ВО «ЛГПУ имени
П.П. Семенова-Тян-Шанского».
Протокол №2 от 2 октября 2019 г.

Калитвин, В.А. Численные методы. Использование C++: учебное пособие. – Липецк: ЛГПУ имени П.П. Семенова-Тян-Шанского, 2019. - 143 с.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №19-41-480002).

ISBN 978-5-907168-67-1

Учебное пособие содержит разработку практической части курса «Численные методы», ориентированного на использование языка программирования C++ и операционной системы GNU/Linux.

В пособии приведены десять лабораторных работ, охватывающих основные разделы курса. Рассмотрена задача численного решения интегральных уравнений Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами. Каждая лабораторная работа содержит краткие теоретические сведения, задания для самостоятельной работы и вопросы к защите лабораторной работы. Разработка содержит большое количество примеров и список литературы, содержащий 39 наименований.

Учебное пособие предназначено для студентов физико-математических факультетов и представляет интерес для аспирантов, преподавателей, учителей математики и информатики. Рекомендовано для слушателей программ дополнительного профессионального образования соответствующего направления подготовки.

УДК 517
ББК 22.161.6
К 172

Рецензенты:

Е.В. Фролова, директор института естественных, математических и технических наук ЛГПУ имени П.П. Семенова-Тян-Шанского, кандидат физико-математических наук, доцент;

Е.А. Рязанцева, кандидат физико-математических наук, доцент Липецкого филиала федерального государственного образовательного бюджетного учреждения высшего образования «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации».

ISBN 978-5-907168-67-1

© ФГБОУ ВО «ЛГПУ имени П.П. Семенова-Тян-Шанского», 2019
© В.А. Калитвин, 2019

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	7
1. Введение в программирование на C++	8
1.1. Типы данных в C++	8
1.2. Простейшая программа на C++	8
1.3. Арифметические операции	8
1.4. Математические функции (cmath)	9
1.5. Операторы сравнения	10
1.6. Логические операторы	10
1.7. Ветвление в программе	10
Условный оператор if	10
Оператор switch	11
1.8. Циклы	11
Цикл for	11
Цикл while	12
Цикл do..while	12
1.9. Массивы	13
Одномерные массивы	13
Многомерные массивы	14
1.10. Функции	16
1.11. Передача аргументов по значению и по ссылке	18
1.12. Генерация псевдослучайных чисел	19
1.13. Объектно-ориентированное программирование	22
Классы	22
Спецификаторы доступа	23
Наследование	25
Конструкторы	27
Перегрузка методов	27
Деструкторы	29
Ключевое слово this	30
1.14. Задания для самостоятельной работы	31

2. Теория погрешностей и машинная арифметика	38
2.1. Основные понятия теории приближенных вычислений	38
2.2. Определение количества верных цифр по относительной погрешности приближенного числа	39
2.3. Формулы для вычисления погрешностей арифметических действий	40
2.4. Вычисление погрешностей значений элементарных функций	40
2.5. Задания для самостоятельной работы	41
3. Решение нелинейных уравнений	44
3.1. Локализация корней	44
3.2. Метод деления отрезка пополам	44
3.3. Теорема Банаха	45
3.4. Метод простых итераций	47
3.5. Метод Ньютона	51
3.6. Модифицированный метод Ньютона	51
3.7. Метод хорд	52
3.8. Задания для самостоятельной работы	52
4. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений	55
4.1. Метод обратной матрицы	55
4.2. Метод Гаусса	55
4.3. Метод прогонки решения систем с трехдиагональными матрицами коэффициентов	57
4.4. Задания для самостоятельной работы	57
5. Итерационные методы решения систем уравнений	60
5.1. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений	60
Метод простых итераций	60
Метод Зейделя	63
5.2. Решение систем нелинейных уравнений	63
Метод простых итераций	63
Метод Ньютона	65

Модифицированный метод Ньютона	65
5.3. Задания для самостоятельной работы	66
6. Приближение функций	70
6.1. Интерполяционный многочлен Лагранжа	70
6.2. Интерполяционные многочлены Ньютона для равноотстоящих узлов	72
6.3. Интерполяция сплайнами	75
6.4. Метод наименьших квадратов	80
6.5. Задания для самостоятельной работы	82
7. Численное интегрирование	85
7.1. Формула левых прямоугольников	85
7.2. Формула правых прямоугольников	85
7.3. Формула средних прямоугольников	85
7.4. Формула трапеций	85
7.5. Формула Симпсона	86
7.6. Метод Монте-Карло	86
7.7. Метод Монте-Карло для кратных интегралов	86
7.8. Задания для самостоятельной работы	86
8. Численное решение дифференциальных уравнений	89
8.1. Метод Эйлера	89
8.2. Метод Эйлера-Коппи	91
8.3. Метод Рунге-Кутты	91
8.4. Решение краевой задачи для линейного дифференциального уравнения второго порядка методом конечных разностей	91
8.5. Задания для самостоятельной работы	97
9. Численное решение уравнений в частных производных	100
9.1. Общие сведения из теории уравнений в частных производных	100
9.2. Метод сеток	101
9.3. Решение уравнений гиперболического типа	104
9.4. Решение уравнений параболического типа	106
9.5. Решение уравнений эллиптического типа	113
9.6. Задания для самостоятельной работы	117

10. Численное решение интегральных уравнений	124
10.1. Численное решение интегральных уравнений Фредгольма	124
10.2. Численное решение интегральных уравнений Вольтерра	129
10.3. Численное решение уравнений Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами	131
10.4. Задания для самостоятельной работы	135
Литература	140

Предисловие

Пособие представляет собой разработку практической части курса «Численные методы», ориентированной на использование языка программирования C++. C++ является высокопроизводительным языком для организации вычислений на вычислительных устройствах. Поддерживает различные методологии разработки программного обеспечения. C++ распространяется бесплатно и может быть установлен в операционных системах Windows, GNU/Linux, MacOS X. Эти особенности пакета позволяют легко использовать его при изучении различных математических дисциплин в вузах и школах. В пособии приведены десять лабораторных работ, охватывающих основные разделы курса. Каждая работа содержит краткие теоретические сведения, задания для самостоятельной работы, вопросы к защите лабораторной работы. Пособие ориентировано на работу с дистрибутивом Debian Gnu/Linux, но легко может быть использовано с другими операционными системами, различными версиями C++ и другими языками программирования. При подготовке пособия использована литература, список которой приведен на страницах 140-142.