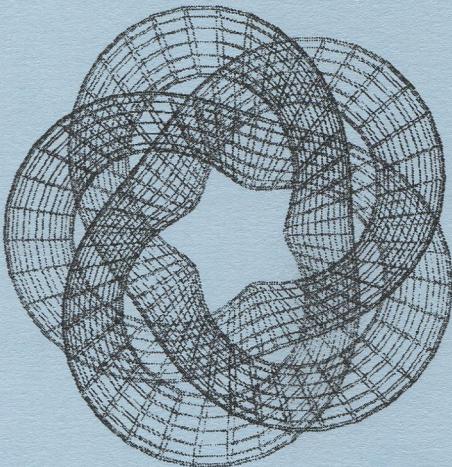


**В. А. Калитвин**

**ЧИСЛЕННЫЕ  
МЕТОДЫ**

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ PYTHON**



В. А. Калитвин

# ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ PYTHON  
Учебное пособие

Липецк 2010

УДК 518.6

ББК 22.1 Я7

Калитвин В.А. Численные методы. Использование Python: Учебное пособие. — Липецк: ЛГПУ, 2010. — 158 с.  
ISBN 978-5-88526-501-0

Печатается по решению кафедры математического анализа, алгебры и геометрии и РИС ЛГПУ.

Рецензенты:

заведующий кафедрой математического анализа, алгебры и геометрии Липецкого государственного педагогического университета, доктор физико-математических наук, профессор А.С. Калитвин,  
заведующий кафедрой высшей математики Липецкого государственного технического университета, доктор физико-математических наук, профессор В.М. Тюрин.

Пособие содержит разработку практической части курса "Численные методы", ориентированного на использование языка программирования Python и его пакетов расширения – NumPy, SciPy, matplotlib. Python, NumPy и SciPy, которые являются бесплатным математическим программным обеспечением и работают в операционных системах GNU/Linux и Microsoft Windows.

В пособии приведены десять лабораторных работ, охватывающих основные разделы курса. Рассмотрена задача численного решения интегральных уравнений Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами. Каждая лабораторная работа содержит краткие теоретические сведения, задания для самостоятельной работы и вопросы к защите лабораторной работы. Разработка содержит большое количество примеров и список литературы, содержащий 44 наименования.

Пособие предназначено для студентов физико-математических факультетов и представляет интерес для аспирантов, преподавателей, учителей математики и информатики.

Текст пособия набран в L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sup>e</sup>.

©ГОУ ВПО "Лип. гос. пед. университет", 2010

©В. А. Калитвин, 2010

ISBN 978-5-88526-501-0

## СОДЕРЖАНИЕ

### Введение

7

1. Лабораторная работа №1. Введение в программирование на Python	8
1.1. Переменные . . . . .	9
1.2. Операторы выражений . . . . .	10
1.3. Базовые типы данных . . . . .	11
1.4. Числа . . . . .	12
1.5. Последовательности . . . . .	14
1.6. Списки . . . . .	14
1.7. Строки . . . . .	16
1.8. Кортежи . . . . .	17
1.9. Присваивание последовательностей . . . . .	17
1.10. Словари . . . . .	19
1.11. Файлы . . . . .	19
1.12. Инструкции и синтаксис . . . . .	20
1.13. Модули и пакеты . . . . .	26
1.14. Документация . . . . .	29
1.15. Математические пакеты NumPy и Scipy . . . . .	31
1.16. Визуализация данных с использованием matplotlib . . . . .	35
1.17. Задания для самостоятельной работы . . . . .	42
2. Лабораторная работа №2. Теория погрешностей и машинная арифметика	46
2.1. Основные понятия теории приближенных вычислений . . . . .	47
2.2. Определение количества верных цифр по относительной погрешности приближенного числа	48
2.3. Формулы для вычисления погрешностей арифметических действий . . . . .	49
2.4. Вычисление погрешностей значений элементарных функций . . . . .	49

2.5. Задания для самостоятельной работы . . . . .	50	5.4. Задания для самостоятельной работы . . . . .	77
<b>3. Лабораторная работа №3. Решение нелинейных уравнений</b>	<b>54</b>	<b>6. Лабораторная работа №6. Приближение функций</b>	<b>81</b>
3.1. Локализация корней . . . . .	54	6.1. Встроенные функции SciPy . . . . .	81
3.2. Решение нелинейных уравнений с помощью библиотечной функции fsolve . . . . .	55	6.2. Интерполяционный многочлен Лагранжа . . . . .	84
3.3. Метод деления отрезка пополам . . . . .	55	6.3. Интерполяционные многочлены Ньютона для равноотстоящих узлов . . . . .	86
3.4. Метод простых итераций . . . . .	56	6.4. Интерполяция сплайнами . . . . .	88
3.5. Метод Ньютона . . . . .	60	6.5. Метод наименьших квадратов . . . . .	92
3.6. Модифицированный метод Ньютона . . . . .	60	6.6. Задания для самостоятельной работы . . . . .	94
3.7. Метод хорд . . . . .	61		
3.8. Задания для самостоятельной работы . . . . .	61		
<b>4. Лабораторная работа №4. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений</b>	<b>63</b>	<b>7. Лабораторная работа №7. Численное интегрирование</b>	<b>97</b>
4.1. Использование библиотечной функции solve . . . . .	63	7.1. Формула левых прямоугольников . . . . .	97
4.2. Метод обратной матрицы . . . . .	63	7.2. Формула правых прямоугольников . . . . .	97
4.3. Метод Гаусса . . . . .	64	7.3. Формула средних прямоугольников . . . . .	98
4.4. Метод прогонки решения систем с трехдиагональными матрицами коэффициентов . . . . .	65	7.4. Формула трапеций . . . . .	98
4.5. Задания для самостоятельной работы . . . . .	65	7.5. Формула Симпсона . . . . .	98
<b>5. Лабораторная работа №5. Итерационные методы решения систем уравнений</b>	<b>68</b>	7.6. Метод Монте-Карло . . . . .	98
5.1. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений . . . . .	68	7.7. Метод Монте-Карло для кратных интегралов . . . . .	99
5.1.1. Метод простых итераций . . . . .	68	7.8. Задания для самостоятельной работы . . . . .	99
5.1.2. Метод Зейделя . . . . .	70		
5.2. Решение систем нелинейных уравнений . . . . .	72		
5.3. Использование библиотечной функции fsolve . . . . .	72		
5.3.1. Метод простых итераций . . . . .	73		
5.3.2. Метод Ньютона . . . . .	75		
5.3.3. Модифицированный метод Ньютона . . . . .	76		
<b>8. Лабораторная работа №8. Численное решение дифференциальных уравнений</b>	<b>103</b>		
8.1. Метод Эйлера . . . . .	104		
8.2. Метод Эйлера-Коши . . . . .	105		
8.3. Метод Рунге-Кутты . . . . .	105		
8.4. Решение краевой задачи для линейного дифференциального уравнения второго порядка методом конечных разностей . . . . .	106		
8.5. Задания для самостоятельной работы . . . . .	110		
<b>9. Лабораторная работа №9. Численное решение уравнений в частных производных</b>	<b>112</b>		

9.1. Общие сведения из теории уравнений в частных производных . . . . .	112
9.2. Метод сеток . . . . .	114
9.3. Решение уравнений гиперболического типа . . . . .	117
9.4. Решение уравнений параболического типа . . . . .	119
9.5. Решение уравнений эллиптического типа . . . . .	124
9.6. Задания для самостоятельной работы . . . . .	127
<b>10. Лабораторная работа №10. Численное решение интегральных уравнений</b>	<b>135</b>
10.1. Численное решение интегральных уравнений Фредгольма . . . . .	136
10.2. Численное решение интегральных уравнений Вольтерра . . . . .	137
10.3. Численное решение уравнений Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами . . . . .	139
10.4. Задания для самостоятельной работы . . . . .	147
<b>Литература</b>	<b>153</b>

## Введение

Пособие представляет собой разработку практической части курса "Численные методы", ориентированной на использование языка программирования Python, пакетов NumPy, SciPy, matplotlib. Python является современным, активно развивающимся языком программирования. Математические пакеты NumPy, SciPy и пакет для визуализации данных matplotlib позволяют использовать Python в качестве удобного инструмента для проведения численных расчетов. Python распространяется бесплатно и может быть установлен в операционных системах Windows, GNU/Linux, Mac OS X. Кроме этого, синтаксис функций пакетов NumPy, SciPy очень схож с синтаксисом команд известного пакета Matlab. Эти особенности пакета позволяют легко использовать его при изучении различных математических дисциплин в вузах и школах. В пособии приведены десять лабораторных работ, охватывающих основные разделы курса. Каждая работа содержит краткие теоретические сведения, задания для самостоятельной работы, вопросы к защите лабораторной работы. Пособие ориентировано на работу с дистрибутивом Debian Gnu/Linux Lenny, Python 2.5.2, NumPy 1:1.4.1-4, SciPy 0.7.2, matplotlib 0.99.3-1, но легко может быть использовано с другими операционными системами, версиями Python, NumPy, SciPy, matplotlib, другими системами компьютерной математики или языками программирования. При подготовке пособия использована литература, список которой приведен на страницах 153-157, и материалы, помещенные в Интернет на сайтах: [www.python.org](http://www.python.org); [www.numpy.org](http://www.numpy.org); [www.scipy.org](http://www.scipy.org).