А.С. Калитвин

ЛЕКЦИИ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Часть IV

Определённый интеграл

$$\int_a^b f(x)dx$$

Липецк – 2017

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
"Липецкий государственный педагогический университет
имени П.П. Семенова-Тян-Шанского"

А.С. Калитвин

ЛЕКЦИИ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Часть IV

Определённый интеграл

Учебное пособие для студентов
педагогических вузов

Липецк-2017

УДК 517
ББК 22.1
К 172

Рекомендовано к печати
кафедрой математики и физики
ЛГПУ имени П.П. Семенова-Тян-Шанского,
протокол № 2 от 06.10.2017 г.

Калитвин, А.С. Лекции по математическому анализу. Часть IV. Определённый интеграл: Учебное пособие/А.С. Калитвин–Липецк:ЛГПУ имени П.П. Семенова-Тян-Шанского,2017.–112 с.

ISBN 978-5-88526-900-1 (Ч. 4)
ISBN 978-5-88526-846-2

Пособие является четвёртой частью курса лекций по математическому анализу для студентов математических профилей подготовки педагогических вузов. В его основу положены лекции, читавшиеся автором в Липецком государственном педагогическом университете.

В пособии излагаются основы теории определённых интегралов, методы их приближённого вычисления, приложения в геометрии и физике, вопросы теории несобственных интегралов. Пособие содержит упражнения для самостоятельной работы студентов, примерные вопросы к экзамену или зачёту.

Рецензенты: д.ф.-м.н., профессор Л.Н. Ляхов,
ФГБОУ ВО „Воронежский государственный университет“,
к.ф.-м.н., доцент В.А. Калитвин,
ФГБОУ ВО „Липецкий государственный
педагогический университет имени П.П. Семенова-Тян-Шанского“

УДК 517
ББК 22.1
К 172

ISBN 978-5-88526-900-1 (Ч. 4)
ISBN 978-5-88526-846-2

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие

Пособие предназначено для студентов педагогических вузов с профилями подготовки: „Математика и физика", „Информатика и математика", „Физика и математика". В его основу положены лекции, читавшиеся автором в Липецком государственном педагогическом университете. Книга содержит основы теории определённых интегралов, их приложения в геометрии и физике, вопросы теории несобственных интегралов.

Первый раздел содержит основы теории определённого интеграла Римана. Рассматриваются задачи, приводящие к понятию определённого интеграла, основные определения и необходимое условие интегрируемости функции по Риману, подробно изучаются верхние и нижние суммы Дарбу ограниченной функции, применяемые при доказательстве критерия существования определённого интеграла. С применением этого критерия доказывается интегрируемость непрерывной функции, а также монотонных и ограниченных функций. Детально излагаются основные свойства определённого интеграла, рассматривается интеграл с переменным верхним пределом, доказывается существование первообразной непрерывной функции, устанавливаются формулы: Ньютона-Лейбница, интегрирования по частям и замены переменной в определённом интеграле. С помощью определённого интеграла вводится понятие натурального логарифма и изучаются его свойства. Рассматриваются формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона для приближённого вычисления интегралов.

В следующих двух разделах рассматриваются приложения определённого интеграла в геометрии и физике.

В заключительном разделе изучаются несобственные интегралы на бесконечных промежутках и от неограниченных функций, устанавливаются свойства таких интегралов и признаки их сходимости, рассматриваются абсолютно сходящиеся несобственные интегралы.

Более активному усвоению материала способствуют приведённые в тексте упражнения для самостоятельной работы, примерные вопросы и задачи к экзамену или зачету.

Автор благодарен своему сыну доценту кафедры математики и физики Липецкого государственного педагогического университета имени П.П.Семенова-Тян-Шанского В.А. Калитвину и старшему преподавателю этой же кафедры А.И. Иноземцеву за помощь в подготовке рукописи книги к печати.

Текст пособия набран в $\LaTeX\,2_{\varepsilon}$.