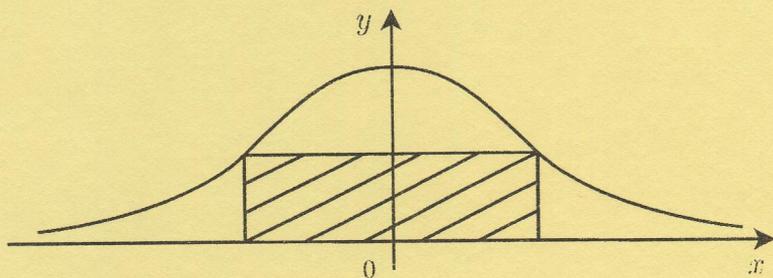


А.С. КАЛИТВИН

ЛЕКЦИИ
ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ
АНАЛИЗУ

Часть II

Дифференциальное исчисление
функций одной переменной



Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
„Липецкий государственный педагогический университет“

А.С. Калитвин

**ЛЕКЦИИ
ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ
АНАЛИЗУ**

**Часть II
Дифференциальное исчисление
функций одной переменной**

Учебное пособие для студентов
педагогических вузов

Липецк 2009

УДК 517
ББК 22.1

Калитвин А.С. Лекции по математическому анализу. Часть II. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: Учебное пособие. — Липецк: ЛГПУ, 2009. — 92 с.: ил.

ISBN 978-5-88526-452-5

Пособие является второй частью курса лекций по математическому анализу для студентов математических специальностей педагогических вузов. В его основу положены лекции, читавшиеся автором на физико-математическом факультете Липецкого государственного педагогического университета.

В пособии излагаются вопросы теории дифференцирования функций одной переменной, основные теоремы о дифференцируемых функциях, рассматривается применение дифференциального исчисления к вычислению пределов, исследованию функций и построению графиков, к решению задач на наибольшее и наименьшее значения. Пособие содержит упражнения для самостоятельной работы студентов, примерные вопросы и задачи к экзамену или зачету.

Рецензенты: доктор физико-математических наук, профессор В.М. Тюрин,
доктор педагогических наук, профессор О.П. Околелов

ISBN 978-5-88526-452-5

© А.С. Калитвин, 2009

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
ПРОИЗВОДНЫЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ	7
1 Дифференцируемость и производная	7
2 Непрерывность дифференцируемой функции	10
3 Физический и геометрический смысл производной	12
4 Производная суммы, произведения и частного	15
5 Производная сложной и обратной функций	17
6 Производные элементарных функций	19
7 Производная показательной-степенной функции	22
8 Производные высших порядков. Механический смысл второй производной	23
9 Производная функции, заданной параметрически	26
10 Дифференциал	27
10.1 Дифференциал и его связь с производной	27
10.2 Геометрический и механический смысл дифференциала	29
10.3 Дифференциал суммы, произведения, частного	30
10.4 Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала	30
10.5 Дифференциалы высших порядков	31
10.6 Приложения дифференциала к приближенным вычислениям	33
ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ О ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЯХ	34
11 Теоремы Ферма и Ролля	34
12 Теоремы Коши, Лагранжа и Дарбу	37
13 Правило Лопиталья	41
13.1 Раскрытие неопределенностей вида $\frac{0}{0}$	41
13.2 Раскрытие неопределенностей вида $\frac{\infty}{\infty}$	43

14	Формула Тейлора и её остаточный член	46
14.1	Формула Тейлора и её остаточный член в форме Лагранжа и Коши	46
14.2	Локальная формула Тейлора	49
14.3	Локальная формула Тейлора-Маклорена для некоторых элементарных функций и вычисление пределов	51
ПРИМЕНЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ К ИССЛЕДОВАНИЮ ФУНКЦИЙ И ПОСТРОЕНИЮ ГРАФИКОВ		
15	Условия постоянства функции на промежутке	52
16	Возрастание и убывание функции в точке и на промежутке	53
17	Экстремумы функций	56
18	Нахождение наибольших и наименьших значений	63
19	Выпуклость и точки перегиба	66
19.1	Выпуклость в точке и на промежутке	66
19.2	Точки перегиба	70
20	Асимптоты	73
21	Исследование функций. Построение графиков	76
21.1	Общая схема исследования функции	76
21.2	Исследование функций. Построение графиков	77
ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ИЛИ ЗАЧЕТУ		
ПРИМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ К ЭКЗАМЕНУ ИЛИ ЗАЧЕТУ		
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ		
		90

ПРЕДИСЛОВИЕ

Пособие предназначено для студентов математических специальностей педагогических вузов. В его основу положены лекции, читавшиеся автором в Липецком государственном педагогическом университете.

Книга содержит основы дифференциального исчисления функций одной переменной.

В первом разделе книги рассматриваются понятия производной, дифференцируемой функции и дифференциала, взаимосвязь между этими понятиями. Изучаются производные и дифференциалы высших порядков, правила вычисления производных, формулы для производных элементарных функций, свойства дифференциала.

Второй раздел содержит основные теоремы о дифференцируемых функциях. Основное внимание уделяется теоремам Ферма, Ролля, Коши, Лагранжа и Дарбу, причем теорема Лагранжа устанавливается как следствие теоремы Коши. Дается вывод правила Лопиталья, формулы Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши, локальной формулы Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.

В третьем разделе книги изучаются применения производной к исследованию функций и построению графиков: условия постоянства функции на промежутке, условия возрастания и убывания функции в точке и на промежутке, признаки существования экстремумов, условия выпуклости функции и наличия точек перегиба у ее графика. Излагаются способы нахождения асимптот, наибольшего и наимень-