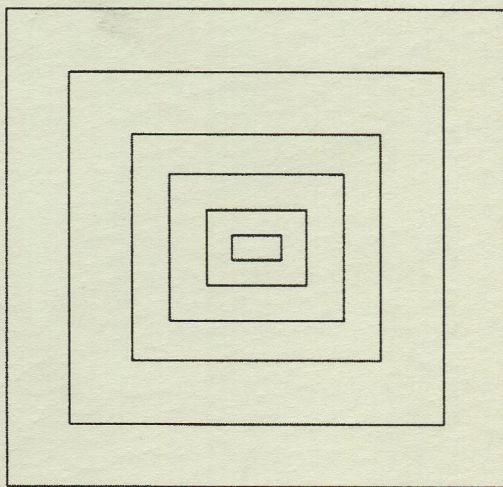


А.С. Калитвин

ЛЕКЦИИ
ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ
АНАЛИЗУ

Часть I
Введение в математический анализ



ЛИПЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

А.С. Калитвин

**ЛЕКЦИИ
ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ
АНАЛИЗУ**

**Часть I
Введение в математический анализ**

Учебное пособие для студентов
педагогических вузов

Липецк 2006

УДК 517
ББК 22.1

Рецензенты: доктор физико - математических наук,
профессор В.М. Тюрин,
доктор педагогических наук,
профессор О.П. Околелов.

Калитвин А.С. Лекции по математическому анализу. Часть I.
Введение в математический анализ. Издание третье, исправлен-
ное: Учебное пособие. — Липецк: ЛГПУ, 2006. —83 с.: ил.

ISBN 5-88526-218-7

Пособие является первой частью курса лекций по математи-
ческому анализу для студентов математических специальностей.
В его основу положены лекции, прочитанные автором на физико-
математическом факультете Липецкого государственного педаго-
гического университета.

В пособии излагается теория пределов, а также теория непре-
рывных и элементарных функций, рассматриваются элементы
теории множеств, действительные числа и функции. Пособие со-
держит упражнения для самостоятельной работы студентов, при-
мерные вопросы и задачи к экзамену.

ISBN 5-88526-218-7

©А.С. Калитвин, 2006.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	6
Множества и функции	7
1 Множества и операции над ними	7
1.1 Основные понятия и обозначения	7
1.2 Операции над множествами	7
1.3 Кванторы и логические символы	8
1.4 Примеры доказательств равенств множеств	8
2 Действительные числа	9
2.1 Множество \mathbb{R} действительных чисел	12
2.2 Модуль действительного числа	13
2.3 Несобственные числа $-\infty, +\infty, \infty$	13
2.4 Промежутки	13
2.5 Ограниченные и неограниченные множества	13
3 Функция	15
3.1 Понятие функции. Свойства отображений	15
3.2 Сужение, продолжение и композиция отображений. Гра- фик отображения	16
3.3 Обратная функция	17
3.4 Действительная функция действительной переменной	17
3.5 Монотонные и кусочно-монотонные функции	18
3.6 Числовые последовательности. Подпоследовательности	19
3.7 Способы задания функции	20
3.8 Чётные и нечётные функции	20
3.9 Периодические функции	21
3.10 Ограниченные и неограниченные функции	21
3.11 Ступенчатые функции	23
Теория пределов	24
4 Предел функции	24
4.1 Окрестности точек	24
4.2 δ - окрестности	24
4.3 Точки прикосновения и предельные точки множества	24
4.4 Общее определение предела функции (на языке окрестно- стей)	25
4.5 Определение предела функции на языке " $\varepsilon - \delta$ " (по Коши)	27
4.6 Предел последовательности	28
4.7 Определение предела функции по Гейне	29
5 Простейшие свойства пределов	30
6 Бесконечно малые и бесконечно большие. Их свойства	31

7	Основные свойства пределов	34
8	Первый замечательный предел	37
9	Предел по множеству. Односторонние пределы	38
10	Предел монотонной последовательности	40
11	Принцип вложенных отрезков и некоторые его следствия	40
11.1	Принцип вложенных отрезков	40
11.2	Теорема Больцано - Вейерштрасса	41
11.3	Бесконечные десятичные дроби	42
12	Число e	43
Непрерывные функции		47
13	Непрерывные функции	47
13.1	Определения и простейшие свойства	47
13.2	Точки разрыва	49
13.3	Пределы и точки разрыва монотонной функции	50
13.4	Теорема о непрерывности монотонной функции	51
13.5	Непрерывность сложной функции. Предельный переход под знаком непрерывной функции. Предел сложной функции.	52
13.6	Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции	54
13.7	Обратная функция и ее непрерывность	56
14	Непрерывные функции на отрезке	58
14.1	Ограниченность непрерывной на отрезке функции	58
14.2	Теорема о наибольшем и наименьшем значениях непрерывной функции	59
14.3	Равномерная непрерывность	59
Элементарные функции		62
15	Обратные тригонометрические функции	62
16	Степени и степенные функции	63
16.1	Степень с натуральным показателем	63
16.2	Степенная функция с натуральным показателем	64
16.3	Степень с целым показателем	65
16.4	Степенная функция с целым показателем	65
16.5	Существование корня с натуральным показателем, свойства арифметических корней	66
16.6	Степень с дробным показателем	68
16.7	Степенная функция с дробным показателем	69

16.8	Показательная функция в области рациональных чисел	70
16.9	Определение и существование степени с иррациональным показателем	70
16.10	Свойства степеней с действительным показателем	71
17	Показательная функция	72
18	Гиперболические функции	74
19	Логарифмическая функция и ее свойства. Существование и свойства логарифмов	75
20	Степенная функция с действительным показателем	76
Примерные вопросы к экзамену		78
Примерные задачи к экзамену		80