

УДК 537.311.322

В.В. ФИЛИППОВ^{1,2}, А.А. ЗАВОРОТНИЙ¹, В.П. ТИГРОВ¹

ИЗМЕРЕНИЕ КОМПОНЕНТ ТЕНЗОРА УДЕЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ АНИЗОТРОПНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛАСТИН МОДИФИЦИРОВАННЫМ МЕТОДОМ ВАН ДЕР ПАУ

На основе решения краевых задач электродинамики предлагается оригинальная методика измерения контактным методом компонент тензора удельной электропроводности анизотропных полупроводниковых пластин квадратной формы. Омические токовые и измерительные контакты располагаются на периметре образца согласно наиболее часто используемым в практике схемам Ван дер Пау. Полученные выражения представлены в виде полиномиальных зависимостей от параметра анизотропии исследуемого образца. Проведена экспериментальная проверка на полупроводниковых монокристаллах CdSb и CdAs₂.

Ключевые слова: анизотропный полупроводник, удельная электропроводность, метод Ван дер Пау.

Введение

На современном этапе развития полупроводников все больше используются такие материалы, в которых электрофизические свойства проявляются по-разному в зависимости от кристаллографического направления, т.е. анизотропные относительно удельной электропроводности [1, 2]. Однако их распространение сдерживается из-за необходимости учета более сложного по сравнению с изотропными полупроводниками распределения электрического поля в области образца и соответствующих трудностей расчета кинетических параметров.

При применении метода Ван дер Пау к полупроводникам с ярко выраженной анизотропией проводимости (к таким относятся, например, многие кристаллы группы A₂B₅) большинство исследователей измеряют σ , не учитывая ее тензорный характер. В некоторых же работах [2–6] подобный учет идет неким косвенным образом, т.е. делают замечание, что найдено среднее значение электропроводности. Поэтому возникает необходимость в создании и апробировании неразрушающей методики по экспериментальному определению компонент тензора электропроводности при расположении токовых и измерительных контактов на периметре полупроводникового образца в соответствии с четырехконтактной схемой Ван дер Пау [7, 8].

Выбраны наиболее часто встречающиеся случаи расположения токовых и измерительных контактов на квадратных полупроводниковых пластинах [9, 10].

Методика № 1

Рассмотрим квадратный полупроводниковый образец (рис. 1), вырезанный вдоль главных направлений тензора удельной электропроводности $\hat{\sigma}$, который можно записать так:

$$\hat{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где σ_x , σ_y – удельные проводимости по осям Ox и Oy соответственно.

Пластина квадратной формы имеет следующие геометрические размеры: a – длина и ширина, d – толщина ($d \ll a$). В первом рассматриваемом случае токовые и измерительные контакты расположены на периметре образца в центральных частях боковых граней и имеют равную ширину $2c$ (рис. 1, а).

Для проведения необходимых измерений через контакты 1 и 2, расположенные на соседних гранях, пропускается постоянный ток I_{12} (рис. 1, а), напряжение измеряется между парами контактов 1, 3 и 2, 4. Теоретические напряжения между контактами 1, 3 и 2, 4 имеют следующий вид [11, 12]:

$$U_{13} = \frac{I_{12}}{d} \frac{1}{\sigma_x} L_{13}(\gamma, c/a), \quad (2)$$

$$L_{13}(\gamma, c/a) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi^3 \gamma} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sin^2(2\pi k c/a)}{k^3 (c/a)^2} \frac{\operatorname{ch}(2\gamma\pi k) - 1}{\operatorname{sh}(2\gamma\pi k)} \right\}, \quad \gamma = \sqrt{\frac{\sigma_y}{\sigma_x}}; \quad (3)$$

$$U_{24} = \frac{I_{12}}{d} \frac{1}{\sigma_y} L_{24}(\gamma, c/a); \quad (4)$$

$$L_{24}(\gamma, c/a) = \frac{1}{2} + \frac{\gamma}{4\pi^3} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sin^2(2\pi k c/a)}{k^3 (c/a)^2} \frac{\operatorname{ch}(2\pi k/\gamma) - 1}{\operatorname{sh}(2\pi k/\gamma)} \right\}. \quad (5)$$

Используя полученные выражения (2) – (5), составляем функцию:

$$f_1(\gamma, c/a) = \frac{U_{13}(\gamma, c/a)}{U_{24}(\gamma, c/a)} = \gamma^2 \frac{L_{13}(\gamma, c/a)}{L_{24}(\gamma, c/a)}. \quad (6)$$

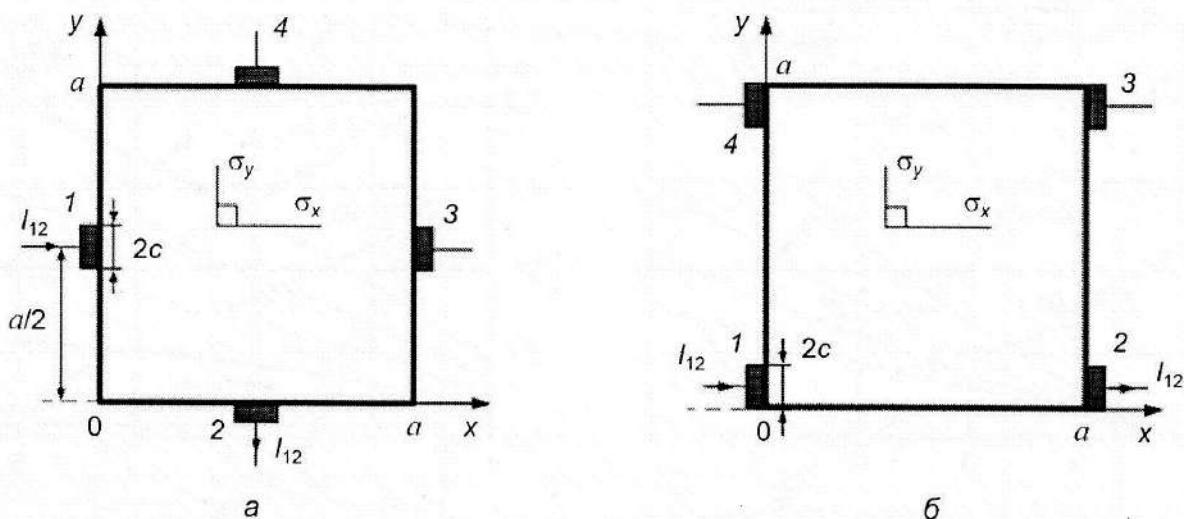


Рис. 1. Схема расположения контактов в средней части боковой грани (a) и по углам боковых граней (б) образца

Как показывают вычисления, для достижения погрешности расчетов в выражениях (3), (5) не более 1 % в практически важных случаях ($2c/a \leq 0.01, \gamma \leq 10$) достаточно 100 членов ряда. В этом случае для точечных контактов $2c/a \approx 0$ [9, 10] в выражениях (3) и (5) можно применить приближенное равенство:

$$\frac{\sin(2\pi k c/a)}{2\pi k(c/a)} \approx 1. \quad (7)$$

Для случая малых токовых kontaktов ($2c/a \leq 0.01$) удобно воспользоваться полученными нами следующими полиномиальными зависимостями функций $f_1(\gamma)$ и $L_{24}(\gamma)$ (с коэффициентом достоверности $R^2 > 0.99$):

$$f_1(\gamma) = 1.87 \cdot 10^{-2} \cdot \gamma^2 + 0.502 \cdot \gamma + 0.496; \quad (8)$$

$$L_{24}(\gamma) = 3.28 \cdot 10^{-3} \cdot \gamma^3 - 8.04 \cdot 10^{-2} \cdot \gamma^2 + 1.28 \cdot \gamma + 0.405. \quad (9)$$

На рис. 2 представлены зависимости функции $f_1(\gamma, c/a)$ и $L_{24}(\gamma, c/a)$ от параметра γ для разных значений ширины kontaktов. В приведенных расчетах параметр анизотропии изменяется в пределах от 1 до 6. Это связано с тем, что при $0 < \gamma < 1$ визуально различимой зависимости функции $f_1(\gamma, c/a)$ от γ в выбранном для наглядности масштабе не наблюдается, а $\gamma > 6$ среди применяемых на практике полупроводников встречается крайне редко [1, 2, 13]. Анализ выражений (3), (5) и рис. 2 позволяют заключить, что приближением точечных kontaktов (7) можно пользоваться (с погрешностью менее 1 %), если относительные размеры электрода $2c/a \leq 0.01$.

Выражения (2) – (6) и графики, представленные на рис. 2, дают возможность предложить следующую методику № 1 измерения компонент тензора удельной электропроводности:

1) Пропуская постоянный ток силой I_{12} через контакты 1 и 2, измерить U_{13} и U_{24} . Найти отношение $U_{13}/U_{24} = f_1^{\text{эксп}}(\gamma, c/a)$. Если в результате расчетов величина параметра f_1 получилась меньше 1, то необходимо повернуть исследуемый образец на угол в 90° с соответствующей сменой номеров токовых и измерительных контактов и провести измерения напряжений заново.

2) Полагая $f_1^{\text{эксп}}(\gamma, c/a) = f_1^{\text{теор}}(\gamma, c/a)$, по построенным ранее графикам или в результате расчетов по выражению (6) или (8) – (11) определить параметр анизотропии γ .

3) Используя найденное значение γ , вычислить множитель $L_{24}(\gamma, c/a)$. Зная значения для I_{12} , U_{24} и L_{24} , найти компоненты σ_x и σ_y тензора электропроводности:

$$\sigma_y = \frac{I_{12}}{U_{24}} \frac{1}{d} L_{24}, \quad \sigma_x = \sigma_y / \gamma^2. \quad (10)$$

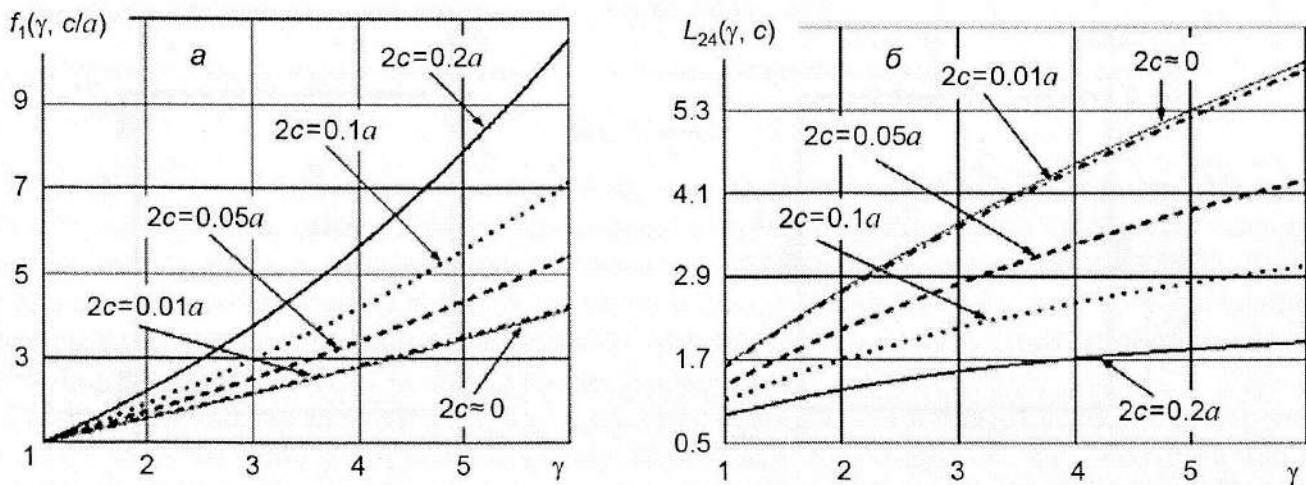


Рис. 2. Зависимости функции $f_1(\gamma, c/a)$ от γ (а) и $L_{24}(\gamma, c/a)$ от γ (б) при разных значениях ширины контактов $2c$

Методика № 2

Рассмотрим случай расположения омических контактов шириной $2c$ по угловым частям боковых граней исследуемого кристалла (рис. 1, б), ориентированного относительно главных направлений тензора удельной электропроводности (1).

Первоначально через токовые контакты 1 и 2, расположенные на противоположных гранях, пропускается постоянный ток силой I_{12} . Используя выражение для потенциала электрического поля [11, 12], находим напряжения между измерительными контактами 3 и 4 (рис. 1, б):

$$U_{34} = \frac{I_{12}}{d} \frac{1}{\sigma_x} L_{34}(\gamma, c/a); \quad (11)$$

$$L_{34}(\gamma, c/a) = 1 + \frac{4}{\gamma} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(\frac{\sin(\pi n c/a)}{\pi n c/a} \right)^2 \frac{\cos(\pi n c/a)}{\pi n} \cos \left[\pi n \left(1 - \frac{c}{a} \right) \right] \operatorname{th} \left(\gamma \frac{\pi n}{2} \right) \right\}. \quad (12)$$

Для определения двух компонент тензора (1) необходимо провести второе измерение путем пропускания постоянного тока силой I_{14} через контакты 1 и 4, а напряжение U_{23} снимаем с электродов 2 и 3 (рис. 1, б). Выражение для U_{23} в данном случае имеет следующий вид [11, 12]:

$$U_{23} = \frac{I_{14}}{d} \frac{1}{\sigma_y} L_{23}(\gamma, c/a); \quad (13)$$

$$L_{23}(\gamma, c/a) = \frac{8\gamma}{\pi} \sum_{n=1, 3, \dots} \left\{ \left[\frac{\sin(\pi n c/a)}{\pi n c/a} \right]^2 \frac{\sin^2[\pi n(c/a - 0.5)]}{n \cdot \operatorname{sh}(\gamma \pi n)} \right\}. \quad (14)$$

Используя выражения (11) – (14), составим функцию отношения напряжений:

$$f_2(\gamma, c/a) = \frac{U_{34}}{U_{23}} = \gamma^2 \frac{I_{12} L_{34}(\gamma, c/a)}{I_{14} L_{23}(\gamma, c/a)}. \quad (15)$$

Для точечных контактов (при данном положении контактов достаточно условия $2c \leq 0.05a$) получены следующие выравнивающие полиномиальные зависимости для $f_2(\gamma)$ и $L_{34}(\gamma)$ ($R^2 > 0.99$):

$$\ln[f_2(\gamma)] = -1.44 \cdot 10^{-2} \cdot \gamma^4 + 0.245 \cdot \gamma^3 - 1.57 \cdot \gamma^2 + 7.91 \cdot \gamma - 6.53; \quad (16)$$

$$L_{34}(\gamma) = 4.24 \cdot 10^{-4} \cdot \gamma^5 - 9.80 \cdot 10^{-3} \cdot \gamma^4 + 9.16 \cdot 10^{-2} \cdot \gamma^3 - 0.444 \cdot \gamma^2 + 1.18 \cdot \gamma - 0.613. \quad (17)$$

На рис. 3 представлены зависимости функции $f_2(\gamma, c/a)$ от параметра анизотропии γ для разной ширины контактов $2c$ при $I_{12} = I_{14}$. На рис. 4 представлены графики зависимости множителя $L_{34}(\gamma, c/a)$ от параметра анизотропии γ для некоторых значений ширины электродов $2c$. Анализ данных зависимостей показал, что для схемы измерений, согласно рис. 1, б, приближением точечных контактов (7), в пределах погрешности менее 1 %, можно пользоваться в случае, когда $2c \leq 0.05a$.

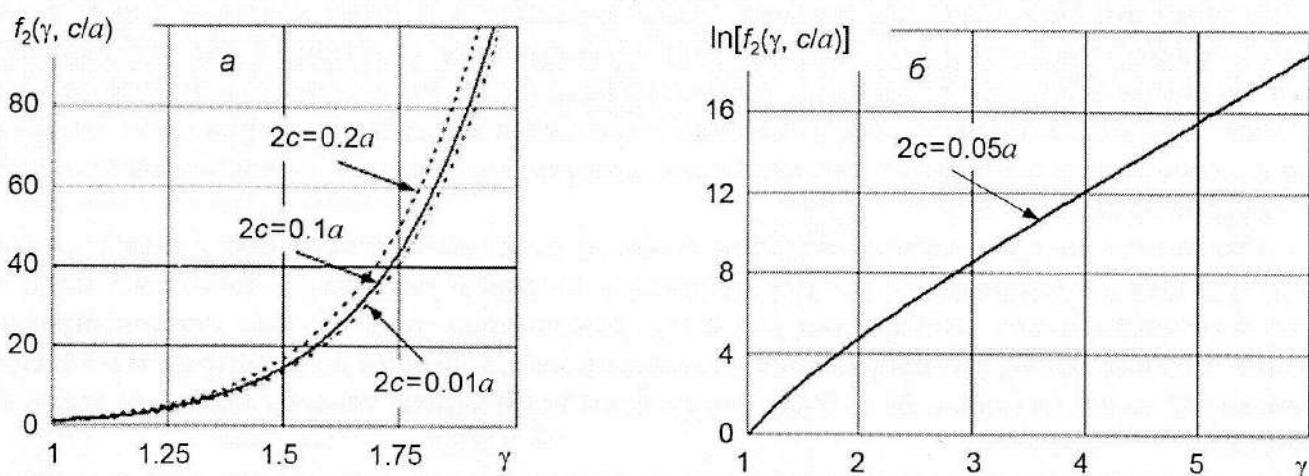


Рис. 3. Зависимости функции $f_2(\gamma, c/a)$ от параметра анизотропии γ

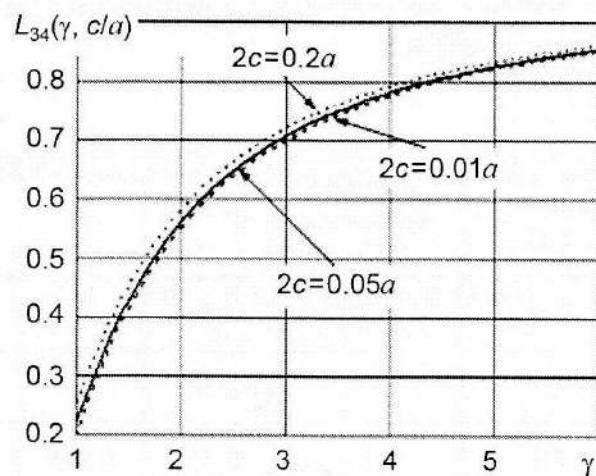


Рис. 4. Зависимости множителя $L_{34}(\gamma, c/a)$ от γ при некоторых значениях относительной ширины контактов $2c/a$

Выражения (11) – (17) и их анализ позволяют предложить следующую методику № 2 измерения компонент тензора удельной электропроводности анизотропных полупроводниковых пластин квадратной формы с контактами по углам образца:

1) Пропуская постоянный ток силой I_{12} через контакты 1 и 2, расположенные на противоположных гранях квадратного образца, измерить напряжение U_{34} между контактами 3 и 4 (рис. 1, б). Через контакты 1 и 4, расположенные на одной грани исследуемого кристалла, пропустить постоянный ток силой $I_{14} = I_{12}$ и измерить напряжение U_{23} . Вычислить отношение измеренных напряжений $U_{34}/U_{23} = f_2^{\text{эксп}}(\gamma, c/a)$.

2) Полагая $f_1^{\text{эксп}}(\gamma, c/a) = f_1^{\text{теор}}(\gamma, c/a)$, по построенным ранее графикам или в результате расчетов по выражению (16) определить параметр анизотропии γ .

3) Используя полученное значение γ , вычислить множитель $L_{34}(\gamma, c/a)$ по формуле (17) (или (12)). Зная I_{12} , U_{34} и L_{34} , из выражения (11) найти компоненты σ_x и σ_y тензора электропроводимости:

$$\sigma_x = \frac{I_{12}}{U_{34}} \frac{1}{d} L_{34}, \quad \sigma_y = \sigma_x \gamma^2. \quad (18)$$

Экспериментальная проверка

Для экспериментального апробирования предлагаемой методики № 1 из монокристаллов Ge, CdSb и CdAs₂ были вырезаны квадратные пластины, на которых изготавливались омические контакты. Геометрические размеры образцов и контактов приведены в табл. 1.

Для пластины Ge по центрам боковых граней наносились золотые контакты с использованием золотохлористоводородистой кислоты. Для анизотропной пластины CdSb изготавливались паяные индивидуальные контакты, а для анизотропного кристалла CdAs₂ – электроды на основе обычного припоя ПОС-61. Омичность всех полученных контактов металл – полупроводник проверялась путем измерения вольт-амперных характеристик, которые оказывались линейными в пределах интервала токов от 20 до 50 мА.

После подготовки образцов и контактов, согласно описанной методике № 1, через контакты 1 и 2 пропускался постоянный ток разных значений в заданном интервале с шагом в 5 мА и измерялись соответствующие напряжения U_{13} и U_{24} . Источником тока служил стабилизированный источник питания Б5-44, все напряжения измерялись высокоомным вольтметром В2-34. Согласно описанной выше методике № 1, были определены компоненты тензора удельной электропроводимости.

Для проверки достоверности полученных результатов после проведения всех измерений на этих же образцах изготавливались токовые омические контакты во всю ширину пластин на противоположных гранях для проведения измерений электропроводности стандартным двухзондовым методом [9, 10]. В табл. 1 в скобках представлены контрольные цифры компонент тензора $\bar{\sigma}$, вычисленные по результатам этих замеров.

Таблица 1

Образец	Линейный размер a , мм	Толщина d , мм	Ширина контактов $2c$, мм	$\langle f^{\text{эксп}} \rangle$	γ	L_{24}	$\sigma_x, \Omega^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$	$\sigma_y, \Omega^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$
Ge	15	0.6	1.2	1	1	0.977	12.87 (12.86)	12.87 (12.86)
CdSb	10	2	1.5	2.93	2.18	0.999	13.6 (14)	64.62 (64.9)
CdAs ₂	4.5	2.3	1	0.515	0.645	0.609	44.86 (45)	18.66 (18.5)

Для экспериментальной проверки методики № 2 измерения компонент тензора удельной электропроводности полупроводниковых кристаллов квадратной формы использовались те же образцы, что и в первом случае расположения контактов (табл. 2). Однако после сошлифования нанесенных ранее электродов геометрические размеры образцов несколько уменьшились.

Таблица 2

Образец	Линейный размер a , мм	Толщина d , мм	Ширина контактов $2c$, мм	$\langle f^{\text{эксп}} \rangle$	γ	L_{34}	$\sigma_x, \Omega^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$	$\sigma_y, \Omega^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$
Ge	14.7	0.6	1.05	1.145	1	0.235	12.85 (12.86)	12.85 (12.86)
CdSb	9.8	2	1.2	286	2.16	0.623	13.85 (14)	64.8 (64.9)
CdAs ₂	4.3	2.3	0.85	0.3	0.645	0.185	44.9 (45)	18.6 (18.5)

Видно, что значения компонент, найденные по предложенным методикам с погрешностью менее 3 %, согласуются с контрольными величинами, полученными в результате применения стандартного двухзондового метода (эти цифры представлены в скобках в табл. 1 и 2).

Измерение удельной электропроводности тонких полупроводниковых пленок

В современной полупроводниковой электронике широкое применение получили пленки различного состава, в том числе проявляющие свойства анизотропии. При измерении проводимости тонких пластин весьма удобно располагать контакты на верхней грани образца, как это указано на рис. 5. Будем полагать, что на верхней грани полупроводниковой пленки имеется четыре квадратные контактные площадки со стороной $2c$. Исследование электрических полей стационарных токов в анизотропной пластине с рассматриваемой геометрией выполнено в работе [14], в которой представлены необходимые выражения для вычисления распределения потенциала между контактами 1–4.

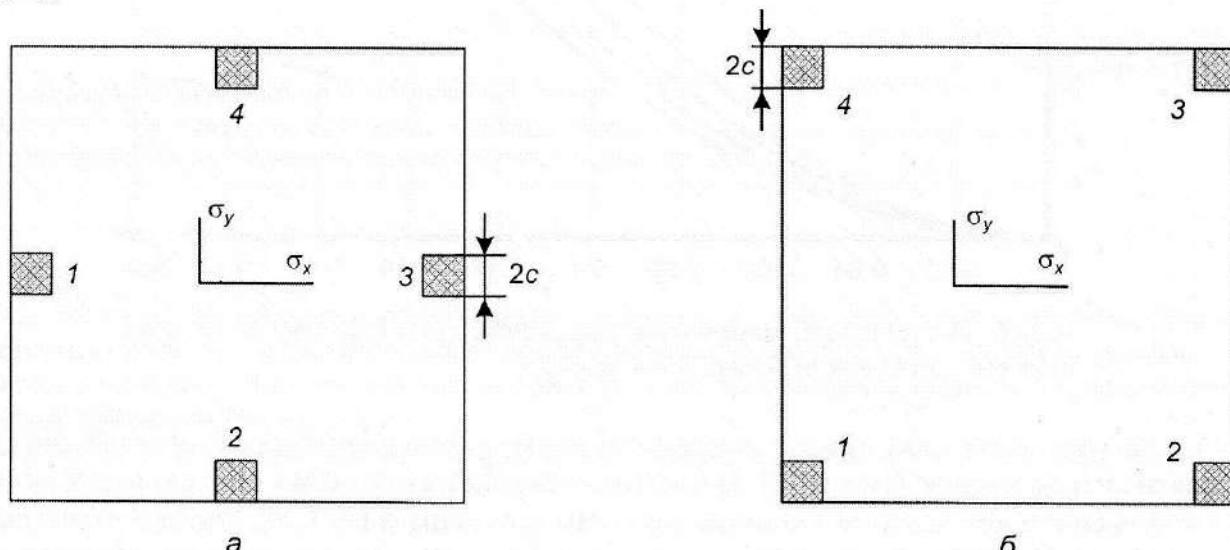


Рис. 5. Схема расположения контактов на поверхности исследуемой пленки

Для оценки погрешностей используемых формул (2) – (18), применительно к схеме расположения контактов согласно рис. 5, вычислены следующие величины:

$$\varepsilon(2c/a) = \left| \frac{U_{24}^{(1)} - U_{24}^{(2)}}{U_{24}^{(2)}} \right| \cdot 100 \% ; \quad (19)$$

$$\delta(2c/a) = \left| \frac{U_{34}^{(1)} - U_{34}^{(2)}}{U_{34}^{(2)}} \right| \cdot 100 \% , \quad (20)$$

где $U_{24}^{(1)}$ – напряжение между контактами 2 и 4 при протекании тока I_{12} по схеме на рис. 1, a , определяемое по формулам (4), (5) соответственно; $U_{34}^{(1)}$ – падение потенциала, рассчитываемое по выражениям (11), (12) (см. схему на рис. 1, b); $U_{24}^{(2)}$ (рис. 5, a) и $U_{34}^{(2)}$ (рис. 5, b) определены согласно аналитическому распределению поля, представленному в работе [14].

Как показали проведенные расчеты, выражение (19) принимает значение менее 5 % только в случае очень тонких пленок ($d/a < 0.001$) и практически недостижимых размерах контактных площадок ($2c/a < 0.001$). Это можно объяснить тем, что в данном случае один из контактов является одновременно измерительным и токовым. Именно на токовых электродах наблюдается наибольшее сгущение линий поля и влияние формы и положения контактных площадок в этом случае весьма значимо.

На рис. 6 представлены результаты расчета погрешности, определяемой выражением (20) для расположения контактов по углам (рис. 5, б). Получаем, что при данном расположении контактных площадок выражения (11) – (14) применимы в достаточно широком диапазоне анизотропии. Для исследуемой пленки достаточно выполнения требования $d < 0.1a$, размеры контактов для большинства практически важных случаев должны отвечать условию $2c < 0.1a$ (для погрешности менее 5 %). Выполнение данных геометрических условий для исследуемой пленки и наносимых металлических контактных площадок на практике несложно реализовать.

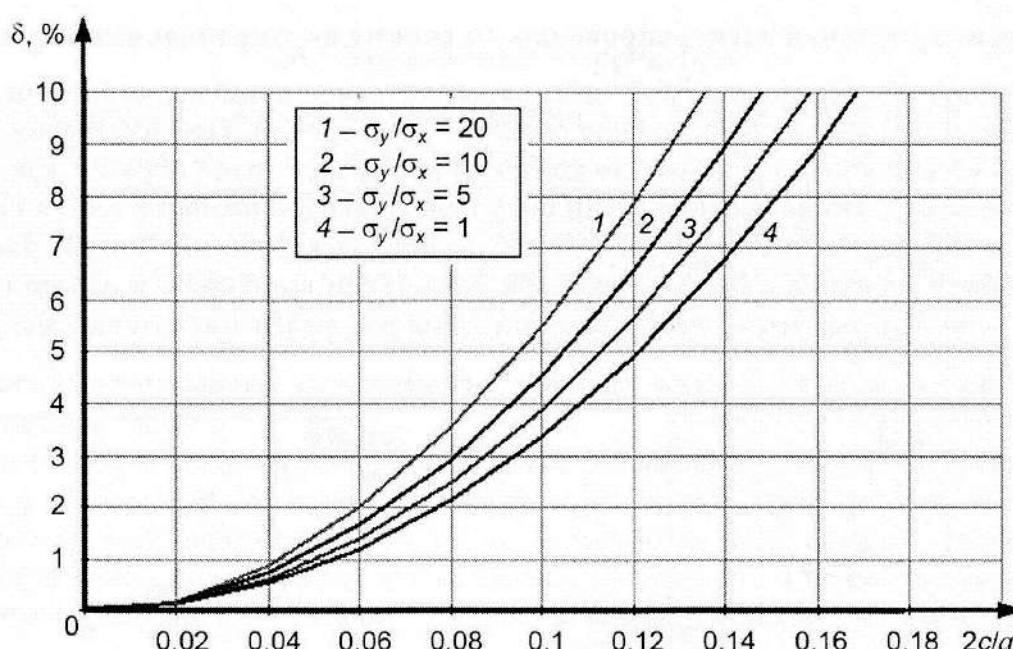


Рис. 6. Погрешность применения выражений (11), (12) для расчета напряжения между контактами 3 и 4 на рис. 5

Таким образом, получаем, что для практических измерений электропроводностей анизотропных эпитаксиальных пленок (рис. 5, б) применима теоретическая схема предлагаемой методики № 2 с расположением контактных площадок по углам пластины (рис. 1, б). Однако расчетные выражения методики № 1 (рис. 1, а) неприменимы для измерений при размещении контактов на поверхности по схеме рис. 5, а.

Практические рекомендации

Применение предлагаемого метода предъявляет исследователю следующие требования: 1) все контакты должны быть омичными; 2) измерения необходимо проводить при постоянной температуре окружающей среды, стабильной равномерной освещенности, а также при небольших постоянных токах во избежание влияния сильного нагрева контактов и яркого проявления сопутствующих побочных эффектов.

Применение метода Ван дер Пау к анизотропным полупроводниковым кристаллам рассматривалось у ряда авторов [12, 15–17]. Однако представленные в этих работах выражения были достаточно громоздки или получены численным способом. Предложенные в данной работе выражения являются довольно простыми, ряды в выражениях (3), (5), (12) и (14) сходятся абсолютно и при необходимости могут быть быстро вычислены.

Одним из основных достоинств предлагаемого метода определения тензора удельной электропроводности является возможность использовать контактные площадки малых размеров, которые практически не оказывают влияния на состояние поверхности образца. Схема расположения

контактов по методу Ван дер Пау позволяет определять на том же образце коэффициент Холла без изготовления новых контактов, согласно [11]. После проведения измерений эти контакты можно легко удалить с исследуемого кристалла, например травлением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Adachi S. Properties of Semiconductor Alloys: Group-IV, III-V and II-VI Semiconductors. – UK: Wiley, 2009. – 400 p.
2. Маренкин С.Ф., Трухан В.М. Фосфиды, арсениды цинка и кадмия. – Минск: Вараскин, 2010. – 224 с.
3. Луганский Л.Б., Цебро В.И. // Приборы и техника эксперимента. – 2015. – Т. 58. – № 1. – С. 122–133.
4. Житинская М.К., Немов С.А., Мухтарова А.А. и др. // ФТП. – 2010. – Т. 44. – № 6. – С. 759–763.
5. Трухан В.М., Гременок В.Ф., Рубцов В.В., Викторов И.А. // Письма в ЖТФ. – 1998. – Т. 24. – Вып. 19. – С. 85–88.
6. Мустафаева С.Н., Алиев В.А., Асадов М.М. // ФТТ. – 1998. – Т. 40. – № 1. – С. 48–51.
7. Van der Pauw L.J. // Philips Res. Rep. – 1958. – V. 13. – No. 1. – P. 1–9.
8. Van der Pauw L.J. // Philips Tech. Rev. – 1959. – V. 20. – No. 8. – P. 220–224.
9. Батавин В.В., Концевой Ю.А., Федорович Ю.В. Измерение параметров полупроводниковых материалов и структур. – М.: Радио и связь, 1985. – 264 с.
10. Павлов Л.П. Методы измерения параметров полупроводниковых материалов. – М.: Высшая школа, 1987. – 240 с.
11. Филиппов В.В., Бормонтов Е.Н. // ФТП. – 2013. – Т. 47. – № 7. – С. 874–881.
12. Филиппов В.В. Особенности явлений электронного переноса в анизотропных полупроводниках. – М.: Спутник+, 2015. – 259 с.
13. Зеегер К. Физика полупроводников. – М.: Мир, 1977. – 616 с.
14. Филиппов В.В., Власов А.Н. // Изв. вузов. Электроника. – 2012. – № 1 (93). – С. 48–53.
15. Шевченко А.Е., Поляков Н.Н. // Зав. лаб. Диагностика материалов. – 2000. – Т. 66. – № 9. – С. 28–32.
16. Шевченко А.Е., Поляков Н.Н. // Зав. лаб. Диагностика материалов. – 2001. – Т. 67. – № 6. – С. 25–29.
17. Kleiza J. and Kleiza V. // Acta Phys. Polon. A. – 2011. – V. 119. – No. 2. – P. 148–150.

Поступила в редакцию 04.05.18,
после доработки – 28.11.18.

¹ Липецкий государственный педагогический университет имени П.П. Семенова-Тян-Шанского, г. Липецк, Россия

² Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Россия